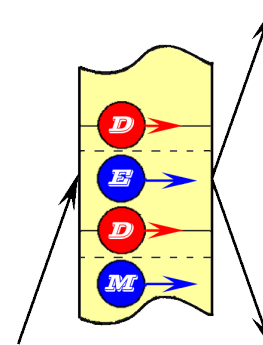
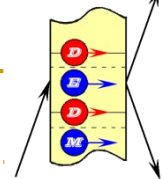


# Динамическая дифракция нейтронов в совершенных кристаллах

*Воронин Владимир*

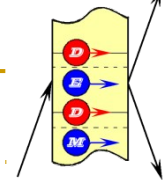
ПИЯФ



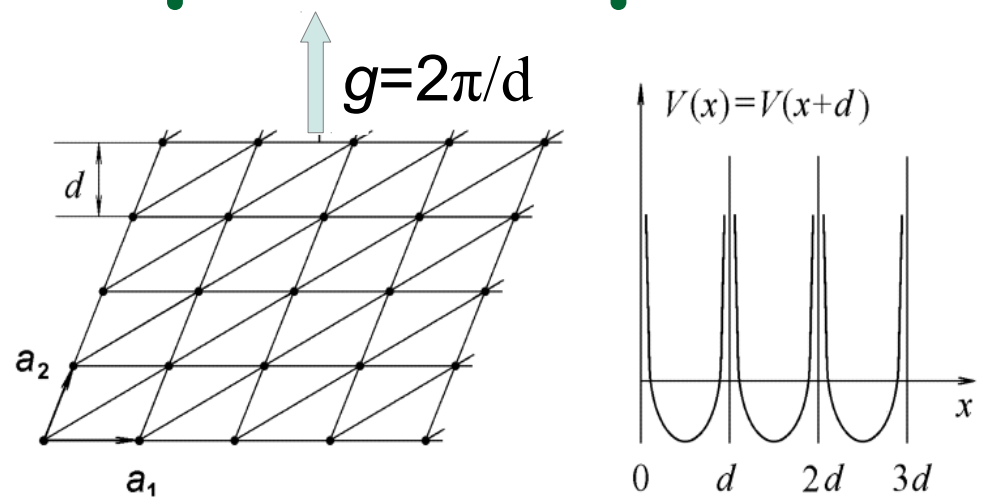


# План

- ❑ Основы динамической дифракции нейтронов. Дифракция по Лауэ
- ❑ Особенности дифракции в нецентросимметричном кристалле
- ❑ Нейтронная оптика нецентросимметричного кристалла
- ❑ **Поиск ЭДМ нейтрона**
- ❑ Дифракция по Лауэ при углах Брэгга близких к  $90^\circ$
- ❑ Деформированный кристалл или дифракция при наличии внешней силы
- ❑ **Проверка слабого принципа эквивалентности для нейтрона.**



# Разложение по векторам обратной решетки



Рассмотрим вещественный потенциал  $V(\mathbf{r})$ , т.е.

$$V_g = V_{-g}^*$$

$$V(\mathbf{r}) = \sum_a V_a(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) = \sum_g V_g \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}) = V_0 + \sum_g 2v_g \cos(\mathbf{g}\mathbf{r} + \phi_g),$$

Каждая гармоника характеризуется амплитудой а фазой

$$V_g = \int_{v=1} d^3r e^{-i\mathbf{g}\mathbf{r}} V(\mathbf{r}) = -\frac{2\pi\hbar^2}{m} N_c F_g,$$

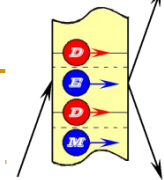
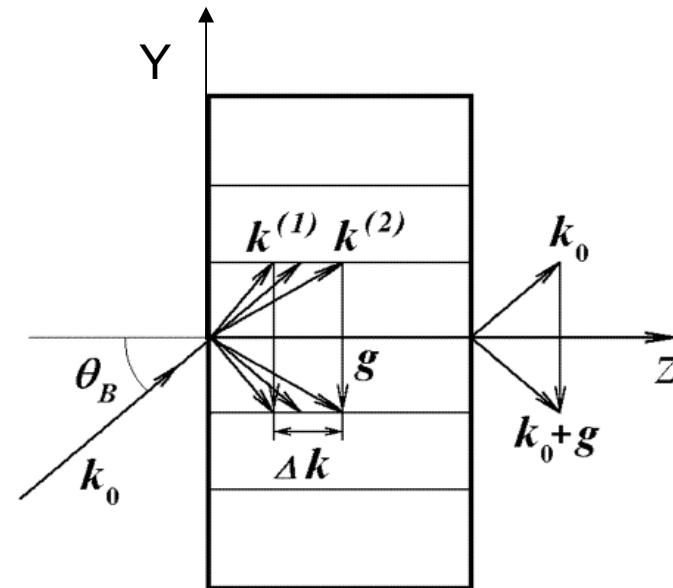
# Условие Брэгга

Условие Брэгга выполнено только для одной плоскости  $\mathbf{g}$

$$V(\mathbf{r}) \Rightarrow V_0 + \sum_g 2v_g \cos(\mathbf{g}\mathbf{r} + \phi_g),$$



$$V^N(\mathbf{r}) = 2v_g^N \cos(\mathbf{g}\mathbf{r})$$

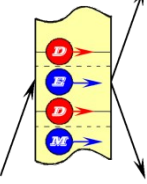


Условие Брэгга с учетом преломления на границе

$$2d \sin(\theta_B) = \lambda$$

$$2k_y = g$$

$$E_k = E_{k+g}$$



# Двухволновое приближение

Ищем решение уравнения  $\mathbf{H}|\psi\rangle = E\psi$  в виде  $\psi = a_0|\mathbf{k}\rangle + a_g|\mathbf{k} + \mathbf{g}\rangle$ ,

$$|\mathbf{k}\rangle \equiv \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \text{ и } |\mathbf{k} + \mathbf{g}\rangle \equiv \exp[i(\mathbf{k} + \mathbf{g})\mathbf{r}]$$

Являются собственными состояниями уравнения Шредингера

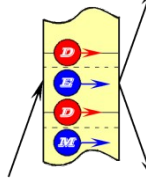
$$H_0|\mathbf{k}\rangle = E_k|\mathbf{k}\rangle; \quad H_0|\mathbf{k} + \mathbf{g}\rangle = E_{k_g}|\mathbf{k} + \mathbf{g}\rangle.$$

Основное уравнение динамической дифракции

$$\begin{pmatrix} E_k + V_0 & V_{-g} \\ V_g & E_{k_g} + V_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_g \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} a_0 \\ a_g \end{pmatrix}.$$

$V_0$  — описывает переходы  $|\mathbf{k}\rangle \rightarrow |\mathbf{k}\rangle$ ,  $|\mathbf{k}+\mathbf{g}\rangle \rightarrow |\mathbf{k}+\mathbf{g}\rangle$  (рассеяние вперед)

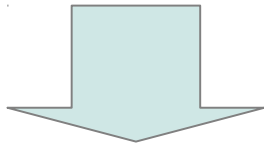
$V_g$  — описывает переходы  $|\mathbf{k}\rangle \rightarrow |\mathbf{k}+\mathbf{g}\rangle$ , и обратно (брэгговское рассеяние)



# Дисперсионная поверхность

Условие разрешимости системы уравнений

$$\underline{(E_k - \varepsilon)(E_{k_g} - \varepsilon) - (V_g)^2 = 0}, \text{ где } \varepsilon = E - V_0$$



Задача стационарная,  
т. е.  $E = \text{const}$

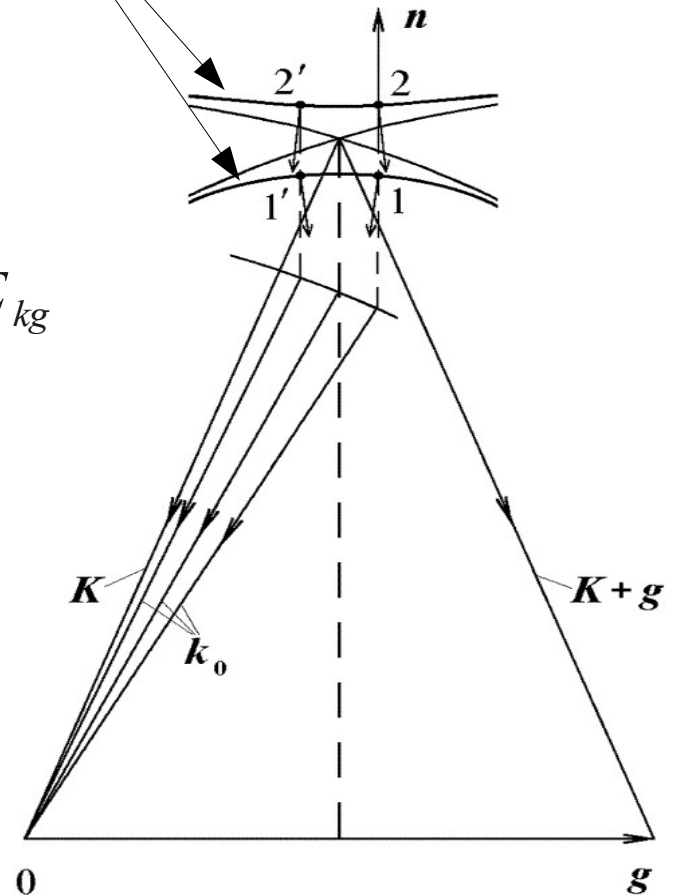
При точном выполнении условия Брэгга  $E_k = E_{k_g}$

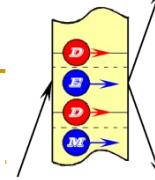
$$k^{(1,2)^2} = K^2 \pm |U_g|, \quad E^{(1,2)} = \varepsilon \pm V_g$$

где  $V_g = \hbar^2 U_g / 2m,$

При пересечении уровней  $|k\rangle$  и  $|k+g\rangle$  (равенство энергий) два состояния полностью перемешиваются, а уровни отталкиваются на конечное расстояние

Уравнение на  $k$   
разрешенные в кристалле





# Волновая функция

Симметричная и антисимметричная комбинация

$$\psi^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} [e^{ik^{(1)}r} + e^{i(k^{(1)}+g)r}] = \sqrt{2} \cos(\mathbf{g}r/2) \exp[i(\mathbf{k}^{(1)} + \mathbf{g}/2)r].$$

$$\psi^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} [e^{ik^{(2)}r} - e^{i(k^{(2)}+g)r}] = i\sqrt{2} \sin(\mathbf{g}r/2) \exp[i(\mathbf{k}^{(2)} + \mathbf{g}/2)r].$$

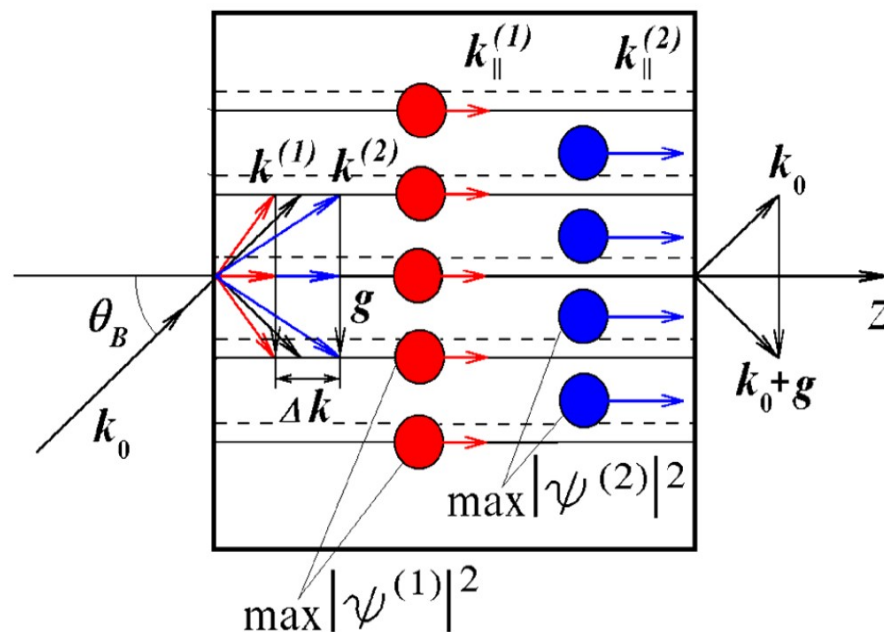
Распределение «плотности» нейтрона в кристалле

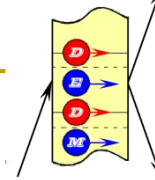
$$|\psi^{(1)}|^2 = 2 \cos^2(\mathbf{g}r/2) = 1 + \cos(\mathbf{g}r),$$

Локализована на плоскостях

$$|\psi^{(2)}|^2 = 1 - \cos(\mathbf{g}r).$$

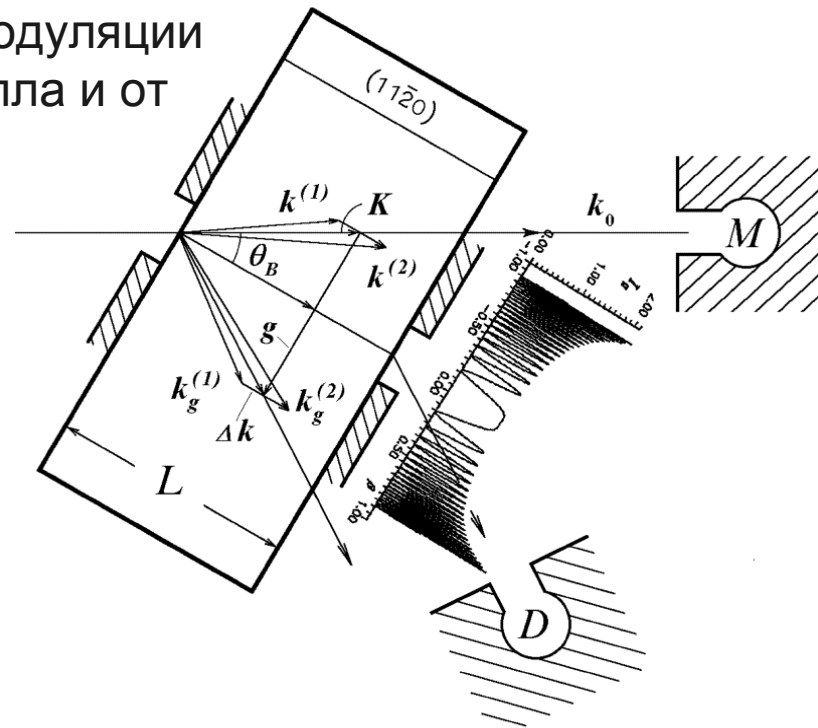
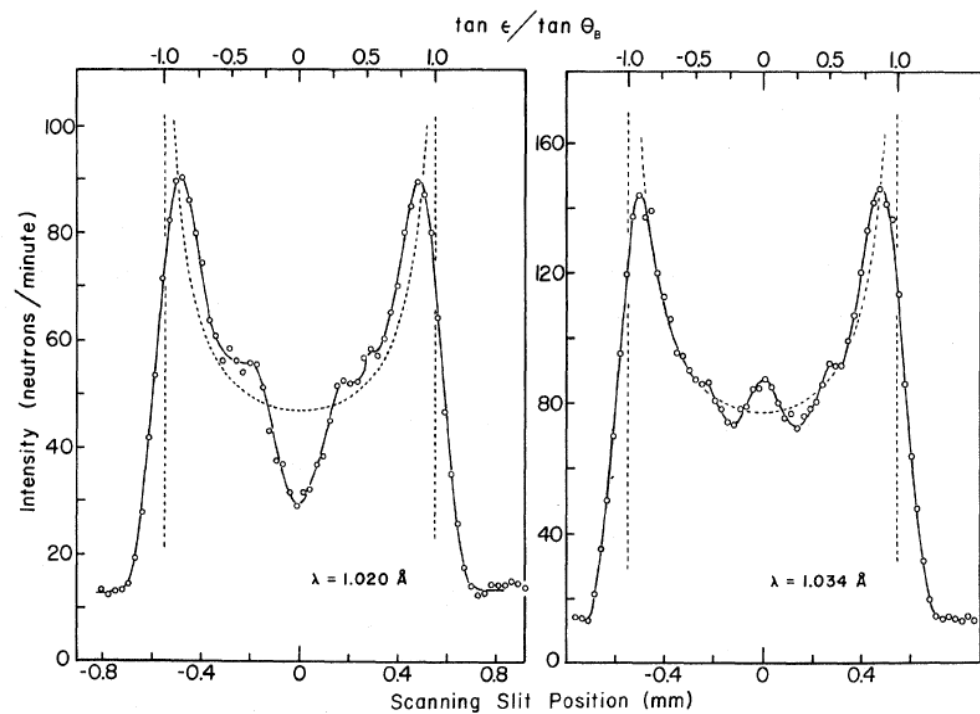
Между плоскостями





# Маятниковая картина

Интерференция волн (1) и (2) приводит к модуляции интенсивности по вых. поверхности кристалла и от угла Брэгга

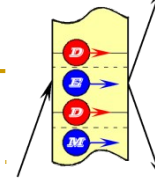


$$I_{0,g} = (1 \pm \cos \phi) / 2,$$

$$\phi = \Delta k L \quad \Delta k = \frac{2|V_g| \operatorname{tg} \theta_B}{\hbar v_{\perp}}$$

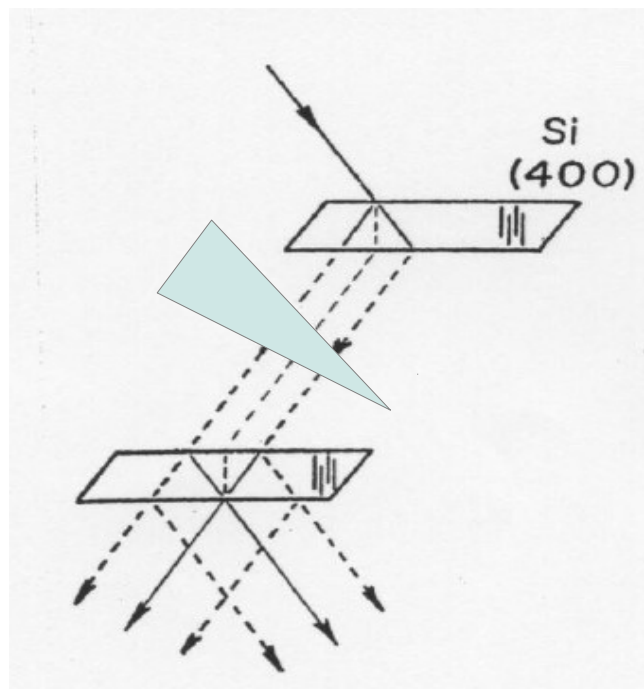
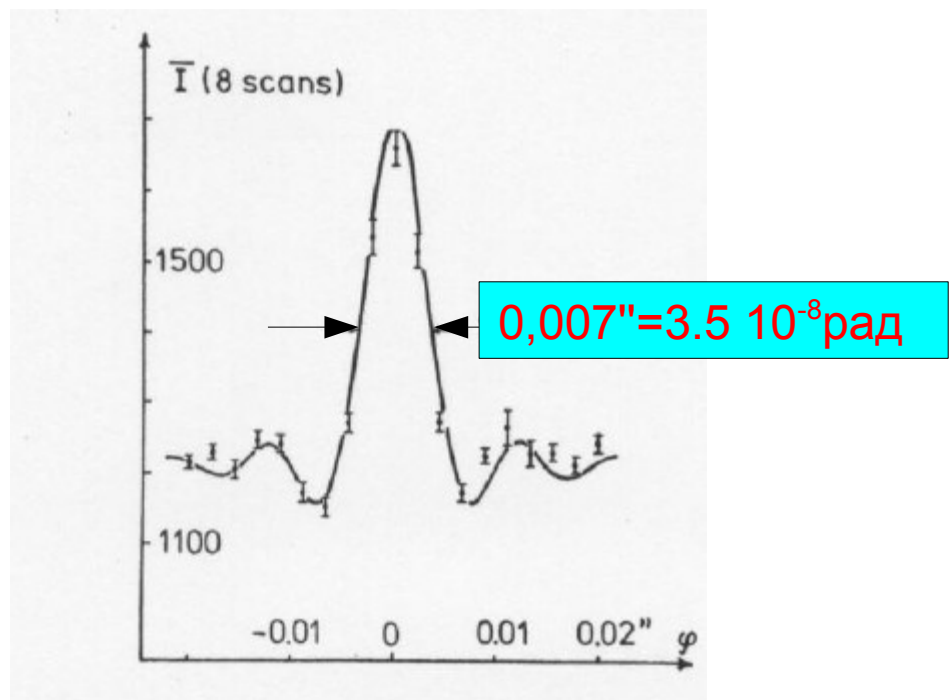
C.G.Shull, Phys. Rev. Lett. (1968) **21**, 1585





# Двухкристальная линия

В двухкристальной геометрии по Лауэ возникает очень узкий центральный пик



U.Bonse, W.Graeff, H.Rauch: Phys.Lett. 69A (1979) 420

# Эффект Бормана

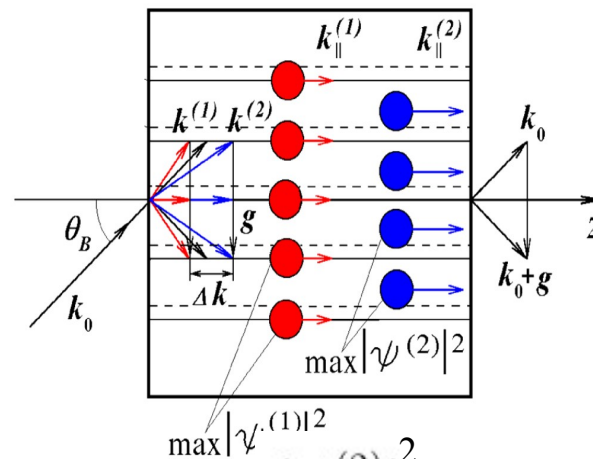
Различие в поглощении волн (1) и (2)

$$\Sigma_{(1)} = \Sigma_0 + \Sigma_g,$$

$$\Sigma_{(2)} = \Sigma_0 - \Sigma_g.$$

$$\Sigma_0 = \frac{1}{V} \sum_i \sigma_i^I, \quad \Sigma_g = \frac{1}{V} \sum_i \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}_i) \sigma_i^I$$

Среднее поглощение и g-гармоника

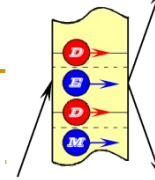


$$|\psi^{(2)}|^2 = 1 - \cos(\mathbf{g}\mathbf{r}).$$

$$|\psi^{(1)}|^2 = 1 + \cos(\mathbf{g}\mathbf{r}),$$

Т.е. может возникать ситуация, когда и поглощение одной из веток будет сильно подавлено

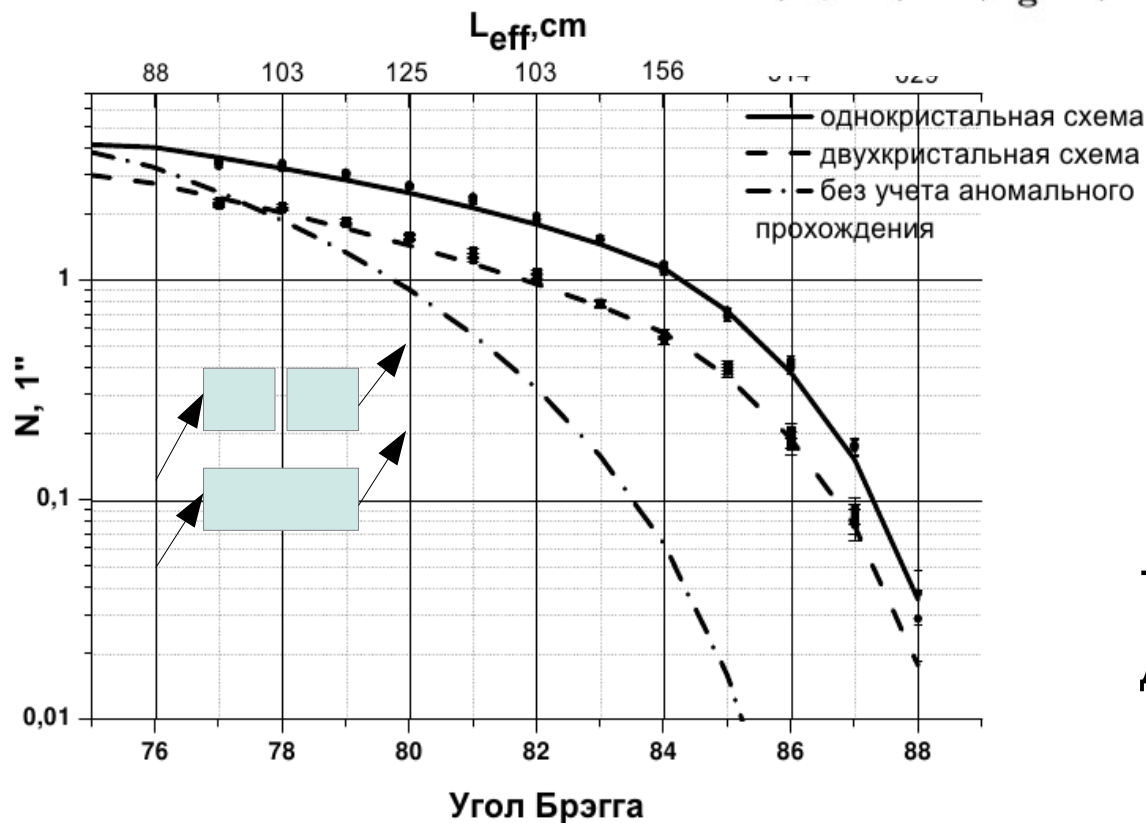
$$\Rightarrow \Sigma_{(1)} \gg \Sigma_{(2)}$$



# (220) плоскость кремния

Поглощение определяется эффективной толщиной кристалла  $L_{eff} = L / \cos(\theta_B)$

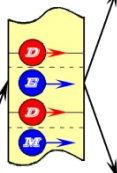
$$|a_0^{(1,2)}| = |a_g^{(1,2)}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{L_{eff}}{2} (\Sigma_0 \pm \Sigma_g)\right).$$



$$\Sigma_{(1)} = 0.05 \text{ cm}^{-1}$$

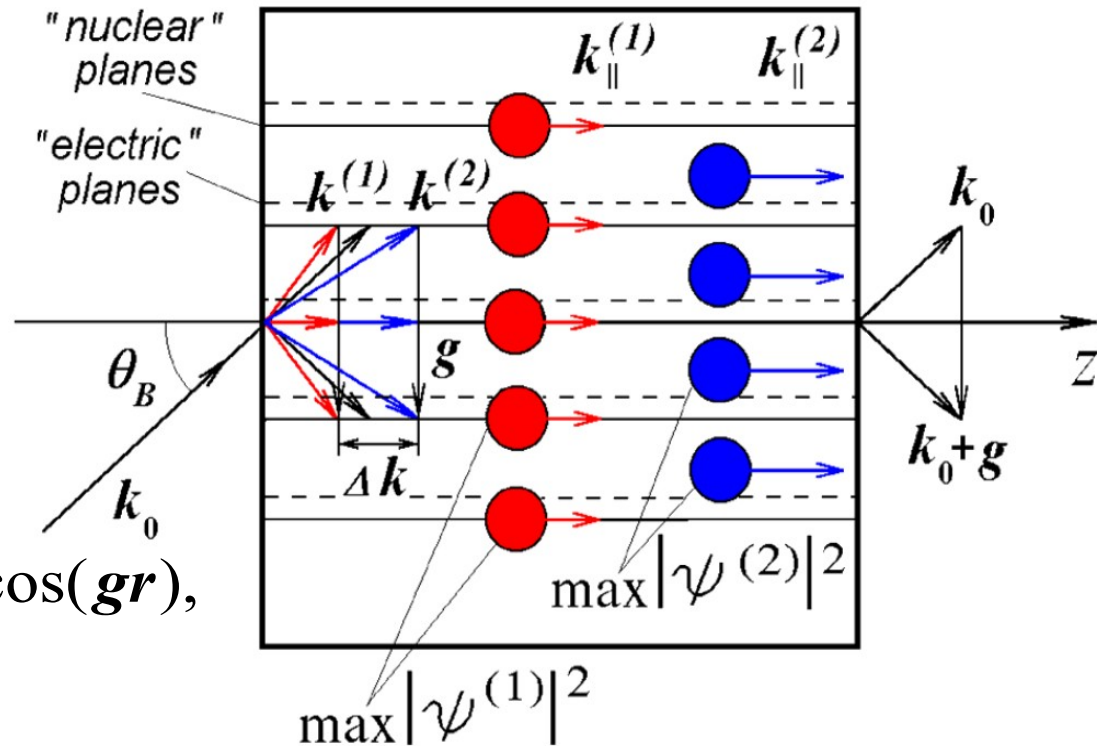
$$\Sigma_{(2)} < 0.003 \text{ cm}^{-1}$$

Т.е. длина поглощения для волны (2) **>300 см**



# Нецентросимметричный кристалл

При дифракции нейтроны концентрируются на «ядерных» плоскостях, либо между ними, т.е. в областях максимумов или минимумов ядерного потенциала (движутся по «ядерным рельсам»):



$$|\psi^{(1)}|^2 = 2 \cos^2(\mathbf{g}r/2) = 1 + \cos(\mathbf{g}r),$$

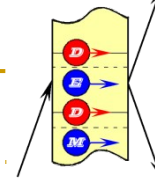
$$|\psi^{(2)}|^2 = 1 - \cos(\mathbf{g}r)$$

$$V^N = 2V_g^N \cos(\mathbf{g}r)$$

$$V^E = 2V_g^E \cos(\mathbf{g}r + \Delta\phi_g)$$

В нецентросимметричных кристаллах  $\Delta\phi_g \neq 0$

$$E(r) = -\text{grad } V^E(r) = 2V_g^E g \sin(\mathbf{g}r + \Delta\phi_g)$$

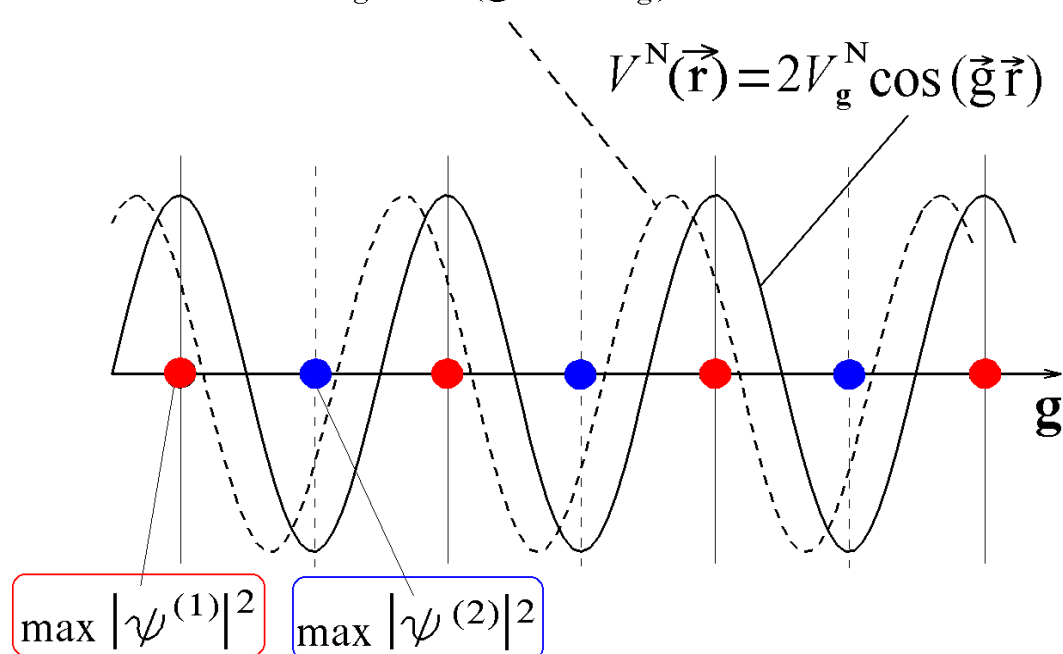


# Электрическое поле

$$V^E(\vec{r}) = 2V_g^E \cos(\vec{g}\vec{r} + \Delta\phi_g)$$

$$V^N(\vec{r}) = 2V_g^N \cos(\vec{g}\vec{r})$$

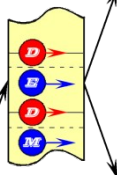
Нейтроны концентрируются на «ядерных» плоскостях, либо между ними, т.е. в областях **максимумов** или **минимумов** ядерного потенциала,



где в нецентросимметричном кристалле действует сильное электрическое поле:

$$E_g = \langle \psi^{(1)} | E(r) | \psi^{(1)} \rangle = -\langle \psi^{(2)} | E(r) | \psi^{(2)} \rangle = gV_g \sin \Delta\phi_g$$

# Зависимость $|V_g|$ от ориентации спина



$$|V_g| = v_g^N - \mu(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{H}_g^S) - D(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{E}_g), \text{ где } \mathbf{H}_g^S = \frac{[\mathbf{E}_g \times \mathbf{v}_{\parallel}]}{c},$$

т. е.  $|V_g|$  зависит от ориентации спина.

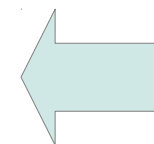


$$\Delta k = \frac{2|V_g| \operatorname{tg} \theta_B}{\hbar v_{\perp}}$$



Фаза маятниковой картины зависит от ориентации спина

$$\phi = \Delta k L$$

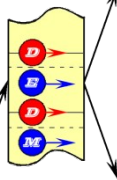


Переворот спина приводит к сдвигу фазы маятниковой картины на величину

$$\Delta \varphi^S = \frac{4\mu H_g^S L}{\hbar v_{\parallel}} = g_n \frac{e E_g L}{m_p c^2},$$

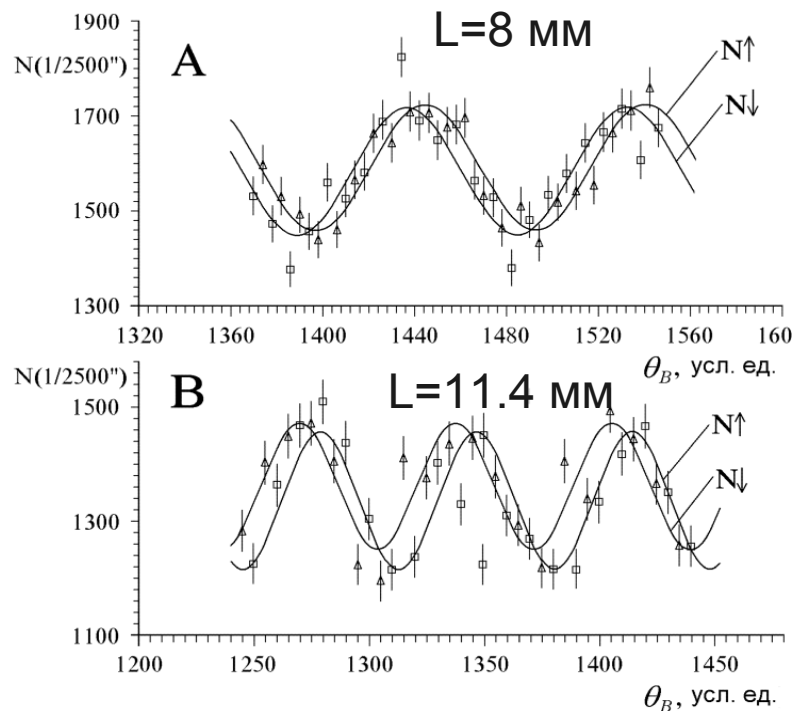
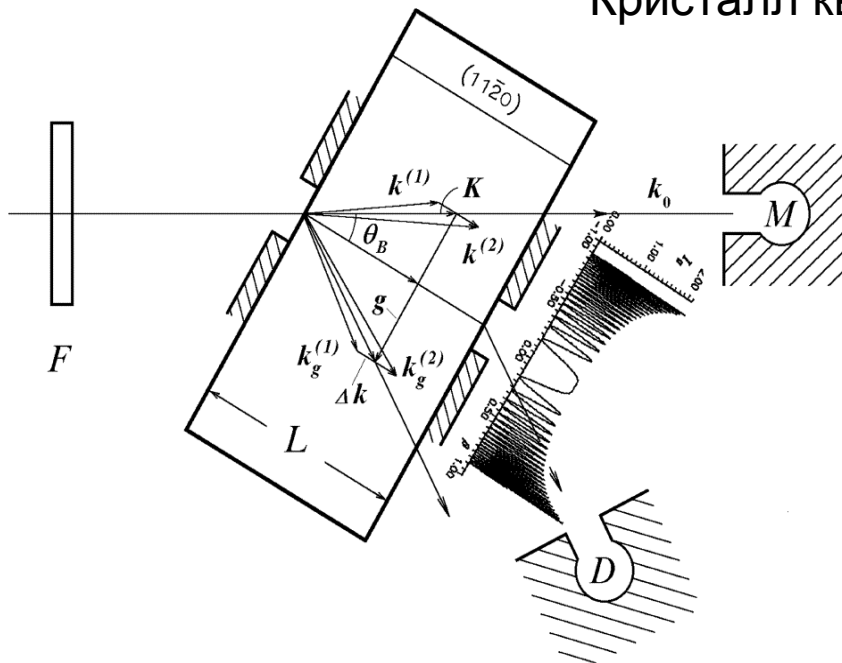
Наличие ненулевого ЭДМ нейтрона приводит к сдвигу фазы

$$\Delta \varphi^D = \frac{4DE_g L}{\hbar v_{\parallel}} = \frac{4DE_g L}{\hbar v_{\perp}} \operatorname{tg} \theta_B.$$



# Сдвиг фазы маятниковой картины

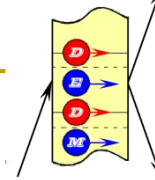
Кристалл кварца, плоскость  $(11\bar{2}0)$



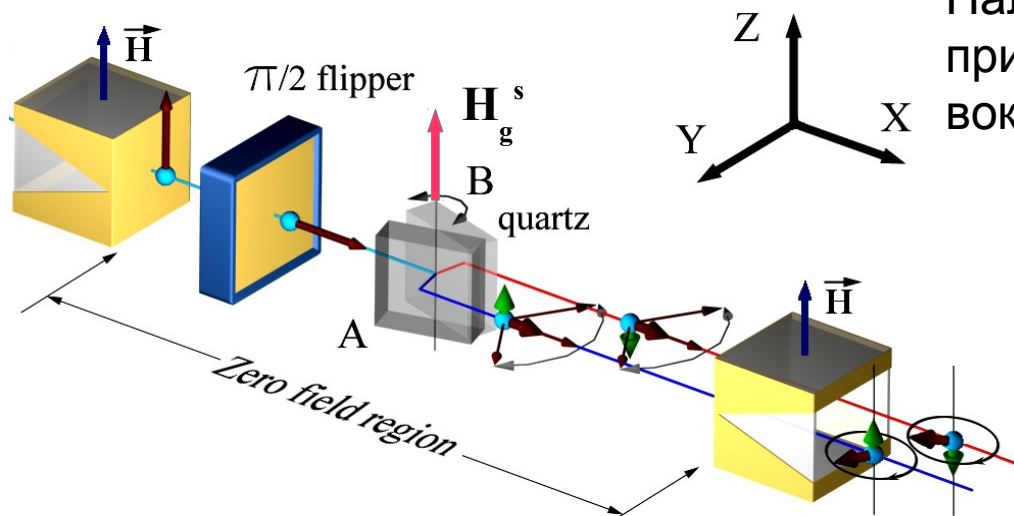
**Первое измерение величины электрического поля**

$$\bar{E}_{11\bar{2}0} = (2, 10 \pm 0, 12(0, 23)) \cdot 10^8 \text{ В/см,}$$

Алексеев В.Л. и др. ЖЭТФ, 1989, 96, 1921-1926.



# Вращение спина нейтрона



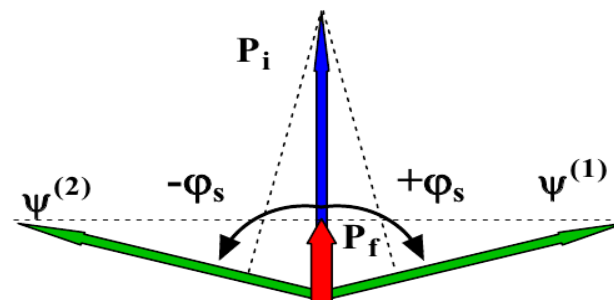
Наличие электрического поля должно приводить к вращению спина нейтрона вокруг  $H_g^s$  на угол

$$\Delta \phi_0^s = \frac{2\mu H_g^s L}{\hbar v \cos \theta_B} = \frac{g_n e E_g L}{2 m_p c^2}$$

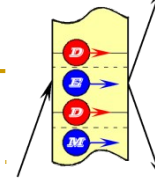
Для  $(11\bar{2}0)$  плоскости кварца

$$\Delta \phi_0^s = \pi/2 \quad \text{при } L=3.5 \text{ см}$$

При чем угол поворота имеет разный знак для двух блоховских волн

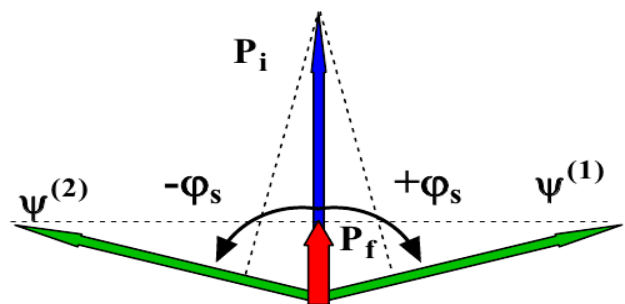






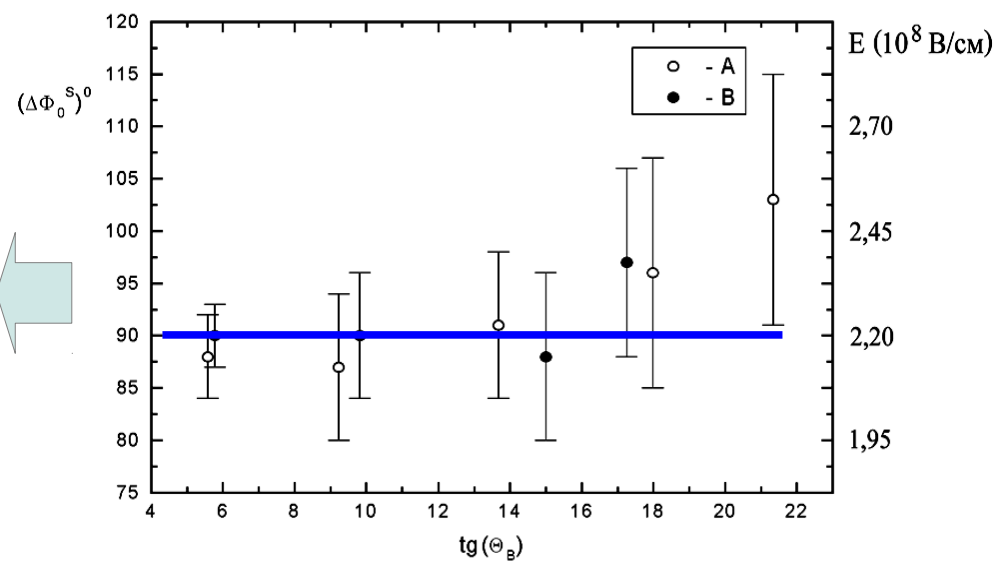
# Деполяризация при дифр. по Лауэ

Если не учитывать интерференцию блоховских волн в кристалле, то должен наблюдаться эффект деполяризации

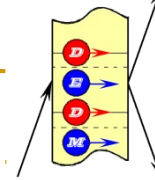


При дифракции по Лауэ на плоскости (1120) при толщине кристалла  $L=3.5$  см пучок должен быть полностью деполяризован, что и наблюдалось экспериментально

$$E_{(110)} = 2.2 \cdot 10^8 \text{ В/см}$$



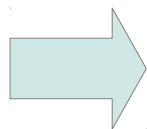
Воронин В.В., Лапин Е.Г., Семенихин С.Ю., Федоров В.В. Письма В ЖЭТФ, 72 (2000) 445-450



# Учет интерференции

Волновая функция  
налетающего нейтрона

$$\psi_0^i = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-\frac{i\pi}{4}} \\ e^{\frac{i\pi}{4}} \end{pmatrix}$$

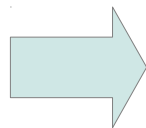


Волновая функция  
продиффрагировавшего нейтрона

$$\psi_0^L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-\frac{i\pi}{4}} \cos \frac{\phi_0 + \Delta\phi_0^S}{2} \\ e^{\frac{i\pi}{4}} \cos \frac{\phi_0 - \Delta\phi_0^S}{2} \end{pmatrix}$$

Тогда поляризация  
будет равна

$$\mathbf{P} = \frac{\langle \psi_0^L | \boldsymbol{\sigma} | \psi_0^L \rangle}{\langle \psi_0^L | \psi_0^L \rangle}$$



$$P_x = \langle \sigma_x \rangle = 0,$$

$$P_y = \langle \sigma_y \rangle = \frac{\cos \phi_0 + \cos \Delta\phi_0^S}{1 + \cos \phi_0 \cos \Delta\phi_0^S}$$

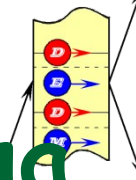
$$P_z = \langle \sigma_z \rangle = \frac{\sin \phi_0 \sin \Delta\phi_0^S}{1 + \cos \phi_0 \cos \Delta\phi_0^S}$$

Если  
 $\Delta\phi_0^S = \pi/2$   
 $= \cos \phi_0$

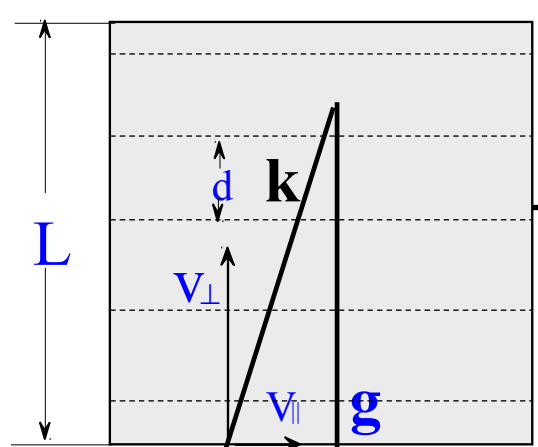
$= \sin \phi_0$

$$\phi_0 = \frac{2 V_g^N L}{\hbar v \cos \theta_B} = \frac{2 \mu H_{eff} L}{\hbar v \cos \theta_B} \Rightarrow H_{eff} = |V_g| / \mu \approx 1 T$$

Для (110)  
плоскости  
кварца



# Нейтронная оптика НЦС кристалла



Wave function

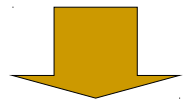
$$\psi(\mathbf{r}) = e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r})} \left( 1 + \frac{V_g}{E_K - E_{K_g}} e^{i(\mathbf{g}\mathbf{r})} \right)$$

Electric field

Deviation from Bragg condition

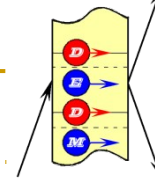
$$\mathbf{E} \equiv \langle \psi(\mathbf{r}) | E(\mathbf{r}) | \psi(\mathbf{r}) \rangle = \frac{2 |V_g|}{E_K - E_{K_g}} \times \mathbf{E}_g$$

Electric field depends on a deviation from Bragg condition

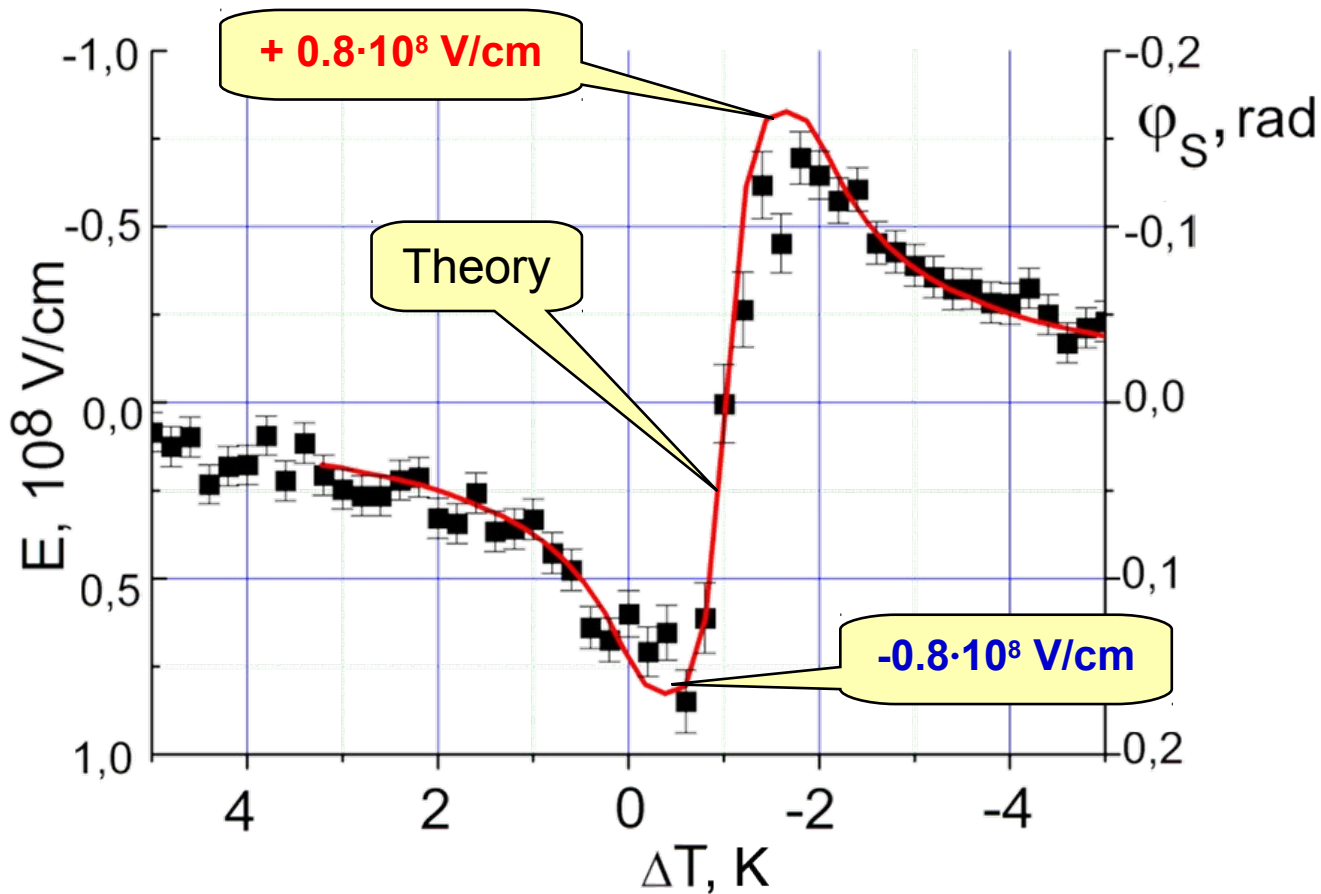


E(Neutron energy)

- M. Forte, J. Phys. G: Nucl. Phys. (1983) 745-754.
- V. G. Baryshevskii and S. V. Cherepitsa, Phys. Stat. Sol. B128 (1985) 379-387.
- V. V. Fedorov, Proc. of XXVI Winter LNPI School, vol. 1, Leningrad (1991) 65.



# Электрическое поле



quartz (110) plane  
 $L_c = 14 \text{ cm}$   
 Bragg angle  $\approx 86^\circ$

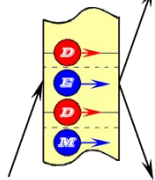
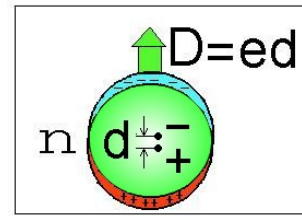
Variation of  
 the  $\Delta T$  on  $\pm 1 \text{ K}$



$E \approx \pm 10^8 \text{ V/cm}$

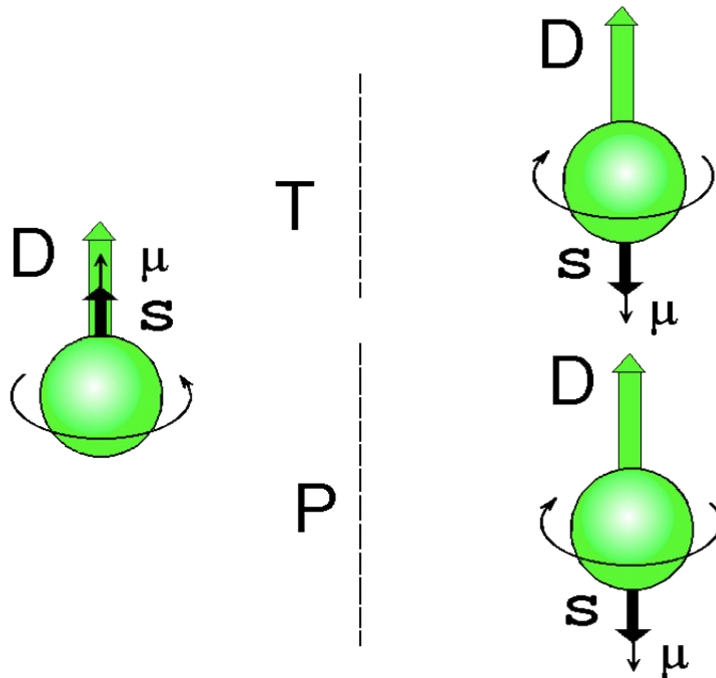
V.V. Fedorov, I.A. Kuznetsov, E.G. Lapin, S.Yu. Semenikhin, V.V. Voronin, Physica B, (2006) 385–386 1216-1218.

# ЭДМ нейтрона



Non zero EDM means the P and T violation

P - spatial inversion  
 C - particle - antiparticle inversion  
 T - time inversion

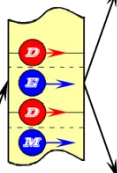


**CPT theorem**  
 (Lüders (1954); Pauli(1955))  
 (Our world is **CPT** invariant)



Non zero nEDM means **CP** violation

# История измерений ЭДМ нейтрона



Standard model

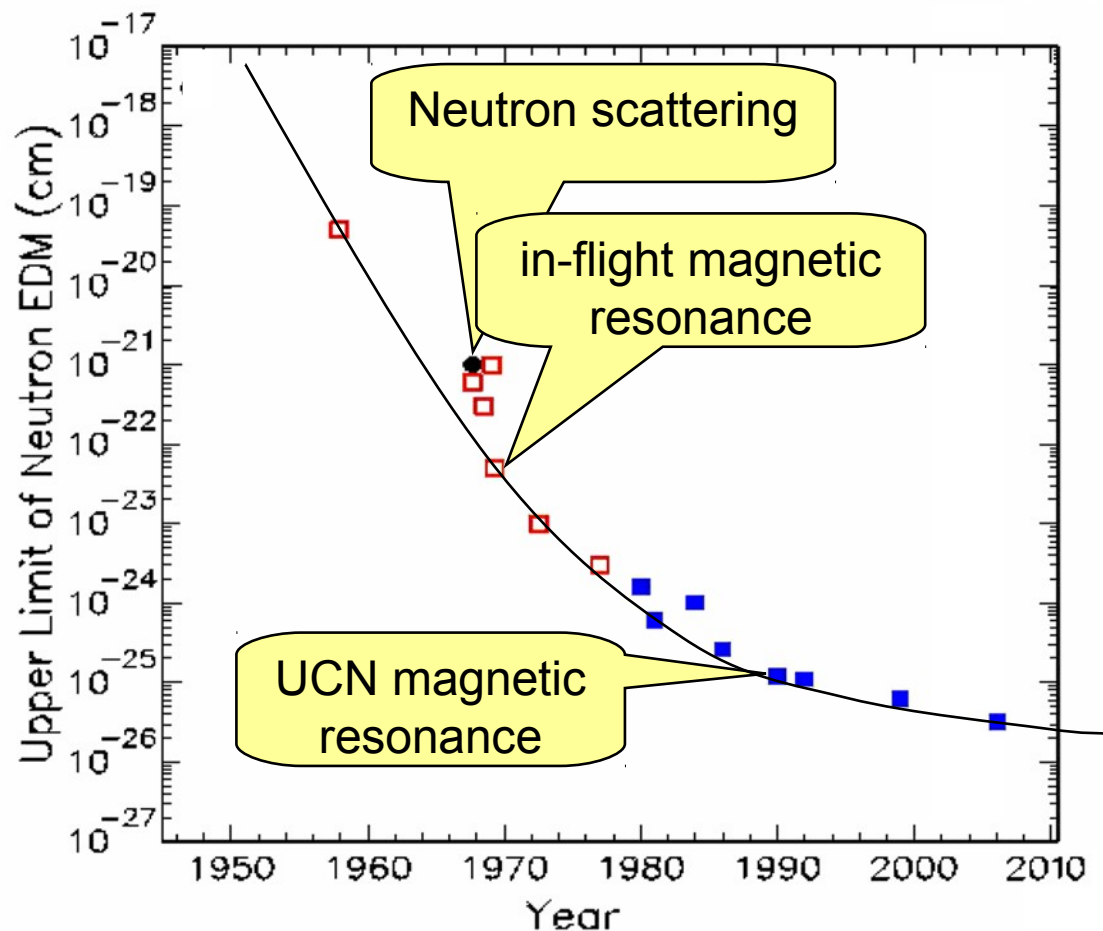


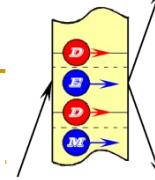
$$d_n \sim (10^{-31} - 10^{-33}) \text{ e cm}$$

**New physics to explain the baryon asymmetry**  
 (experiment -  $n_b/n_\gamma \sim 6 \cdot 10^{-10}$   
 SM -  $n_b/n_\gamma \sim 10^{-18}$ )

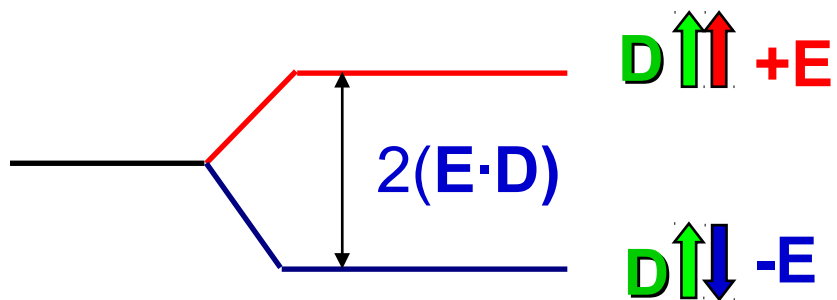


$$d_n \sim (10^{-25} - 10^{-30}) \text{ e cm}$$





# Нейтрон в электрическом поле



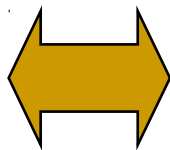
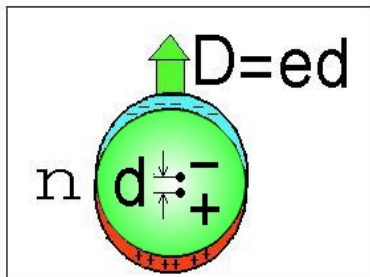
Interaction time with E

$$\varphi_D = 2(\mathbf{E} \times \mathbf{D})\tau / \hbar$$

Sensitivity to nEDM

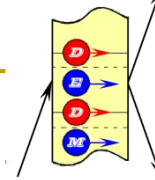
$$\sigma^{-1} \sim E\tau\sqrt{N}$$

## Current accuracy to $d_n$

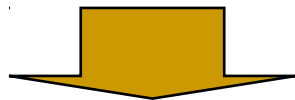


Neutron size  $R_n \sim 10^{-13}$  cm,  
 $d_n/R_n \sim 3 \cdot 10^{-13}$ .

Corresponding size from Earth is  
 $\sim 2 \mu\text{m}$



# Чувствительность к ЭДМ



$$\sigma^{-1} \sim E\tau\sqrt{N}$$

## UCN method

$E \sim 10 \text{ kV/cm}$

$\tau \sim 1000\text{s}$  (time of life)

$E\tau \sim 10^7 \text{ (V}\cdot\text{s)/cm}$

Now

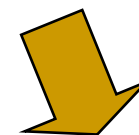
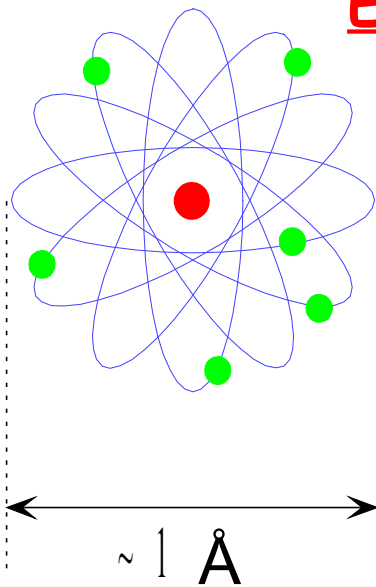
$E\tau \approx 10^6 \text{ (V}\cdot\text{s)/cm}$

## Crystal-diffraction method

Electron bonding energy  $\sim$  a few eV

$E \sim \text{grad } V_e \sim (0.1 - 1) \text{ GV/cm}$

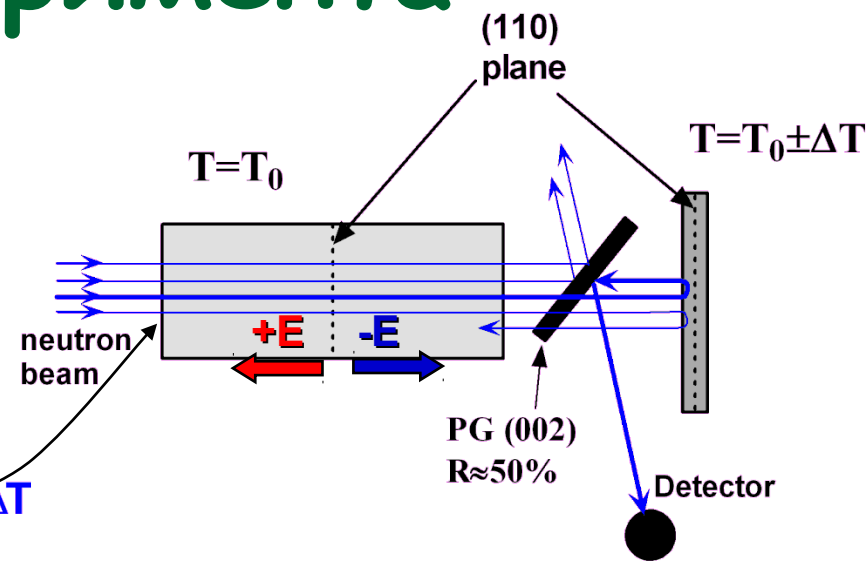
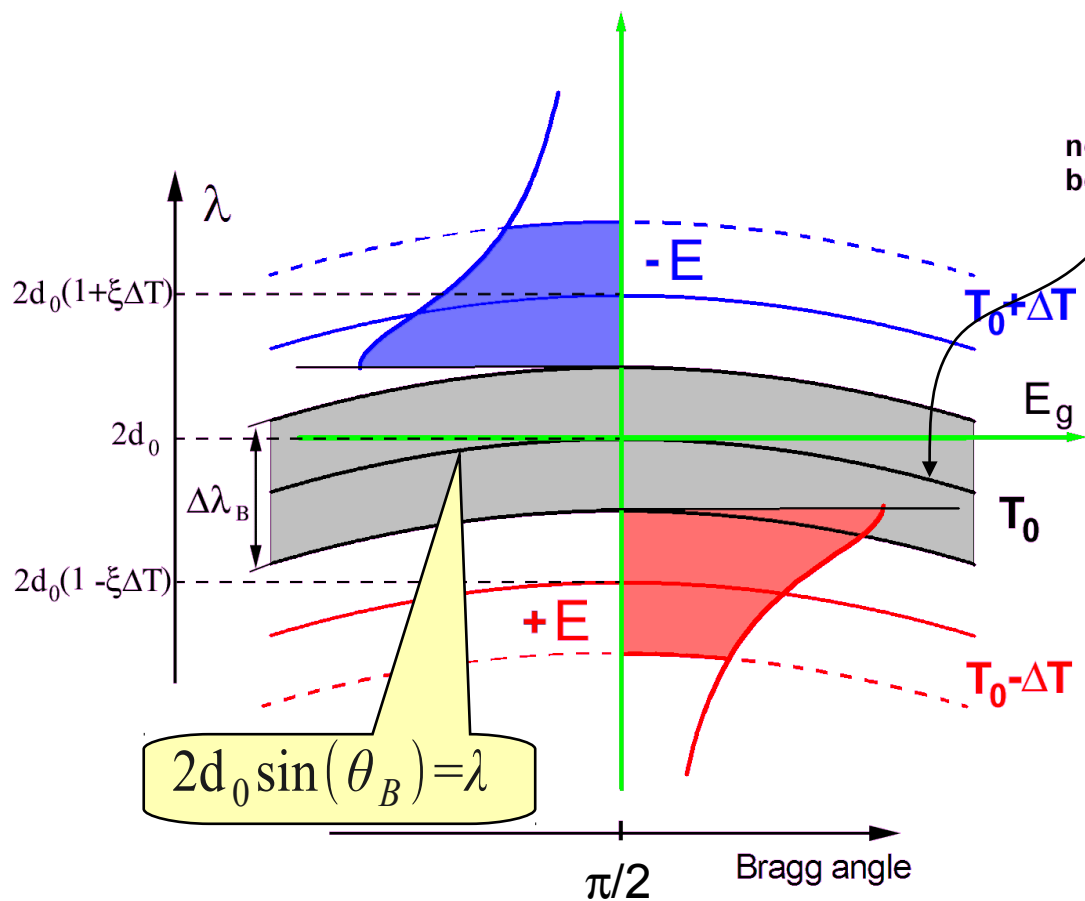
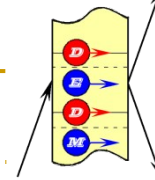
$\tau_a \sim 0.01 \text{ s}$   
(absorption)



$E\tau$   
 $\downarrow$   
 $10^7 \text{ (V}\cdot\text{s)/cm}$

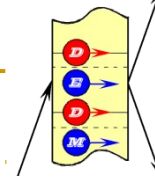


# Идея ЭДМ эксперимента

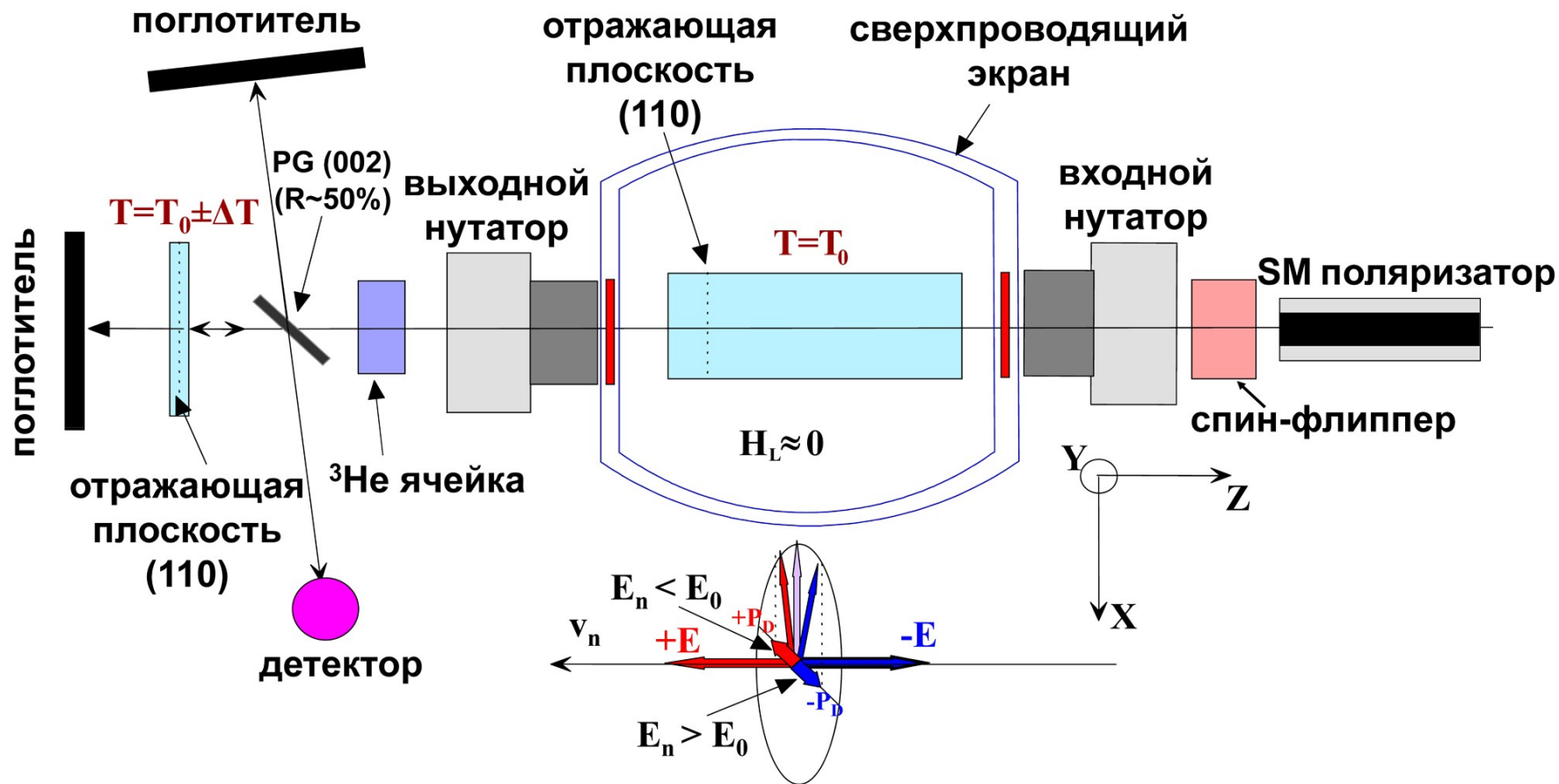


For (110) plane of quartz crystal  
 $\Delta T = 1 \text{ K} \Rightarrow \Delta\lambda_B / \lambda = 10^{-5}$

For  $\pi/2$  reflection  
 $E \parallel v_n$  and  $H_s \sim [E \times v_n] \approx 0$

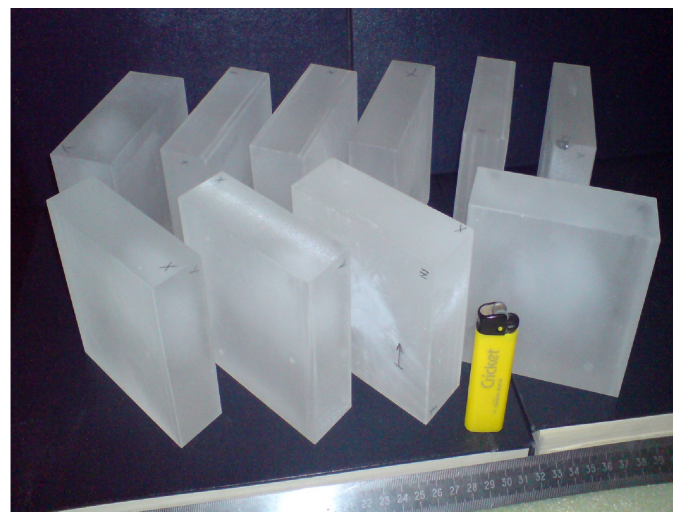
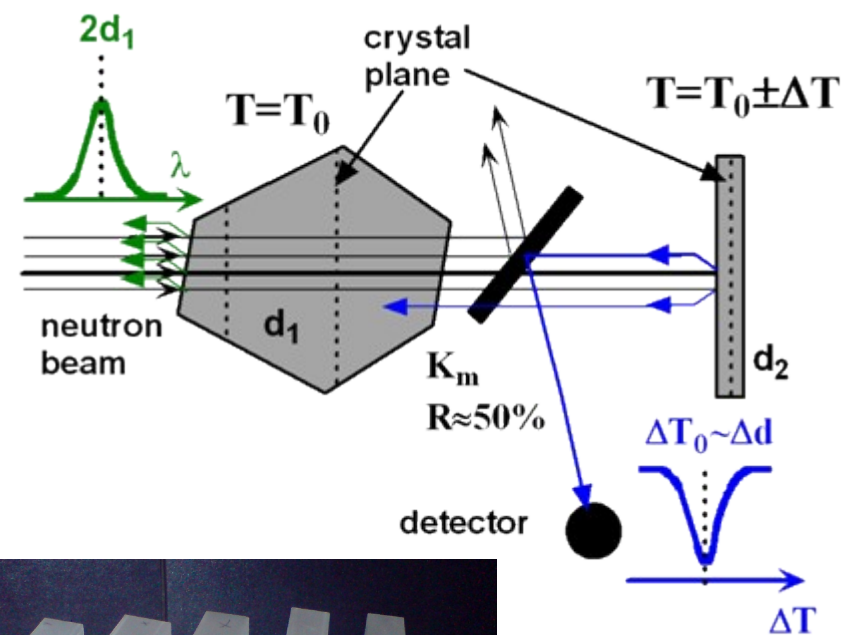
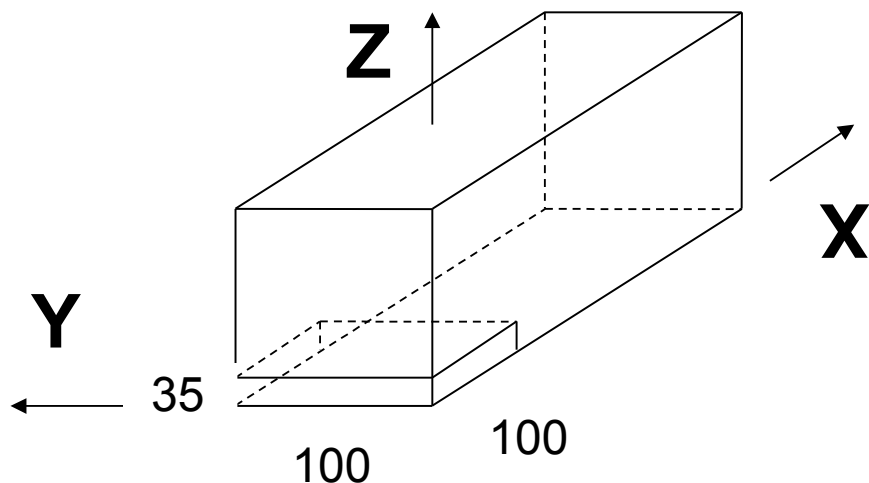
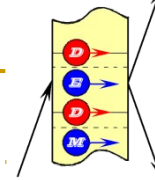


# Экспериментальная установка

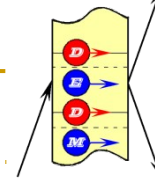


**Цель —  $(2-3)10^{-26}$  е см**

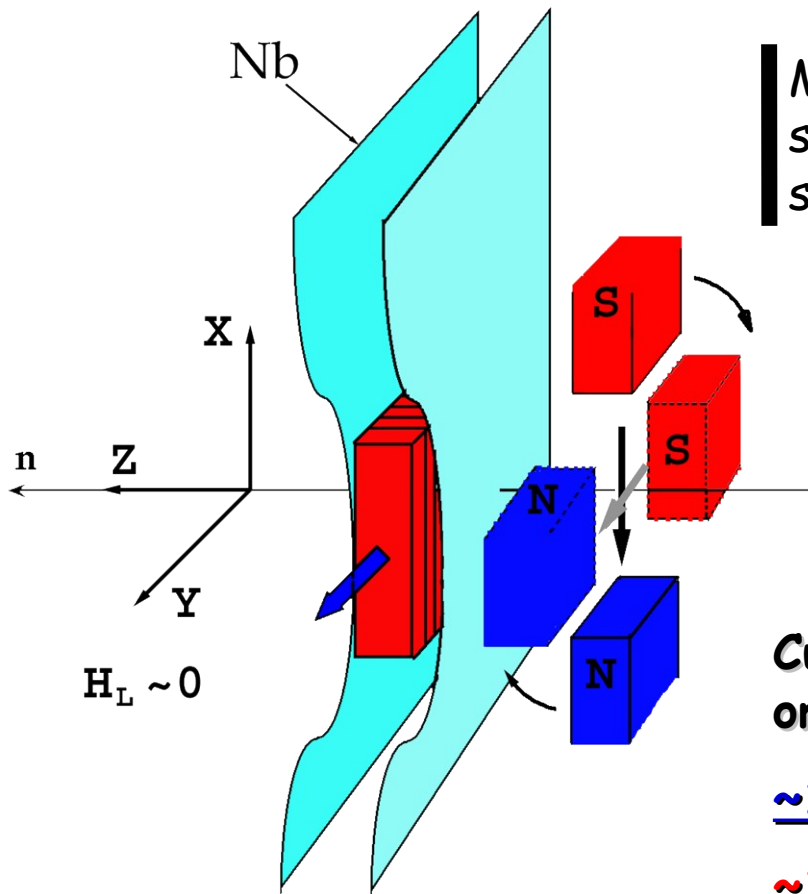
# Изготовлен кристалл



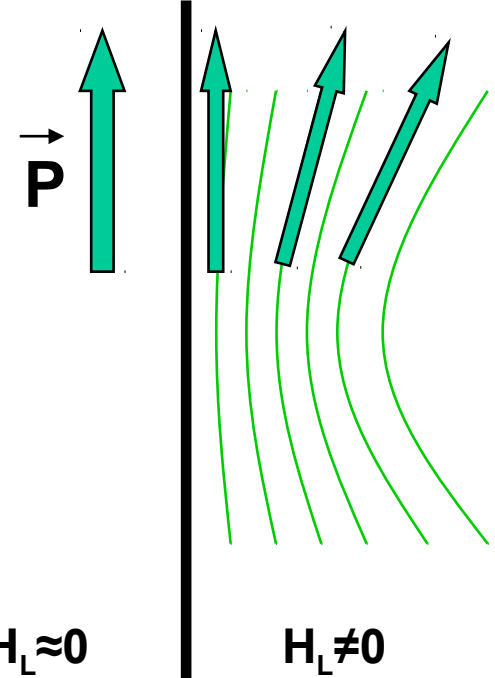
Приготовлен составной кристалл кварца – суммарный размер **105x100x500 мм<sup>3</sup>** (15 шт. по **35x100x100 мм<sup>3</sup>**) разброс межплоскостного расстояния протестирован новым методом  $\Delta d/d = \pm 2 \cdot 10^{-6}$



# 3-D анализ поляризации



Magnetic field || surface of the superconductor.



Current accuracy of spin orientation is

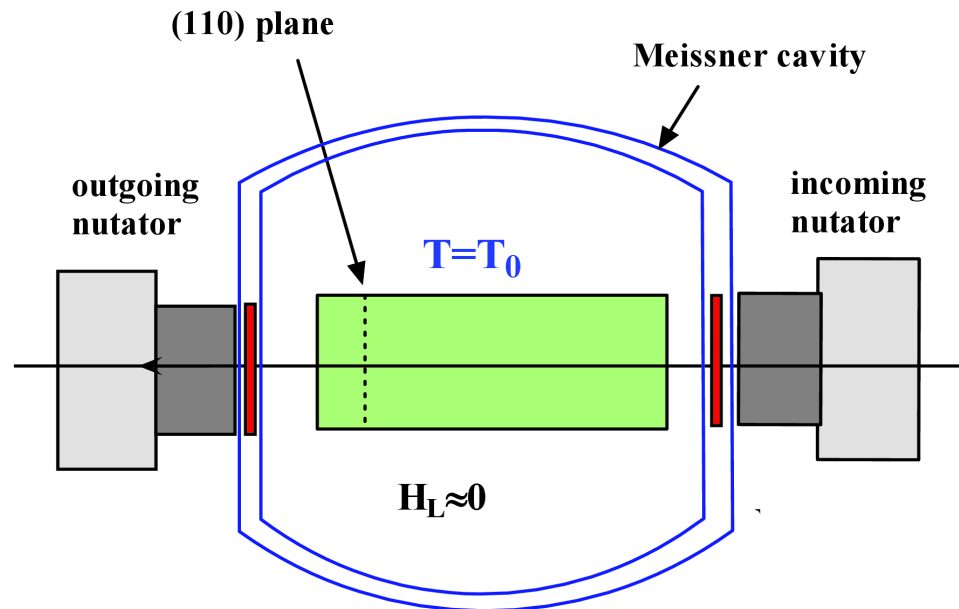
$\sim 10^{-2}$  rad for routine experiment

$\sim 10^{-3}$  rad can be reached for special cases

F. Tasset, P.J. Brown, E. Lelievre-Berna, T. Roberts, S. Pujol, J. Allibon, E. Bourgeat-Lami, Physica B, 267-268 (1999) 69-74

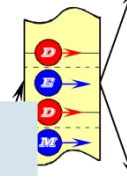
# CRYOPAD-EDM

Система 3-х мерного анализа поляризации, основанная на использовании сверхпроводящих экранов.



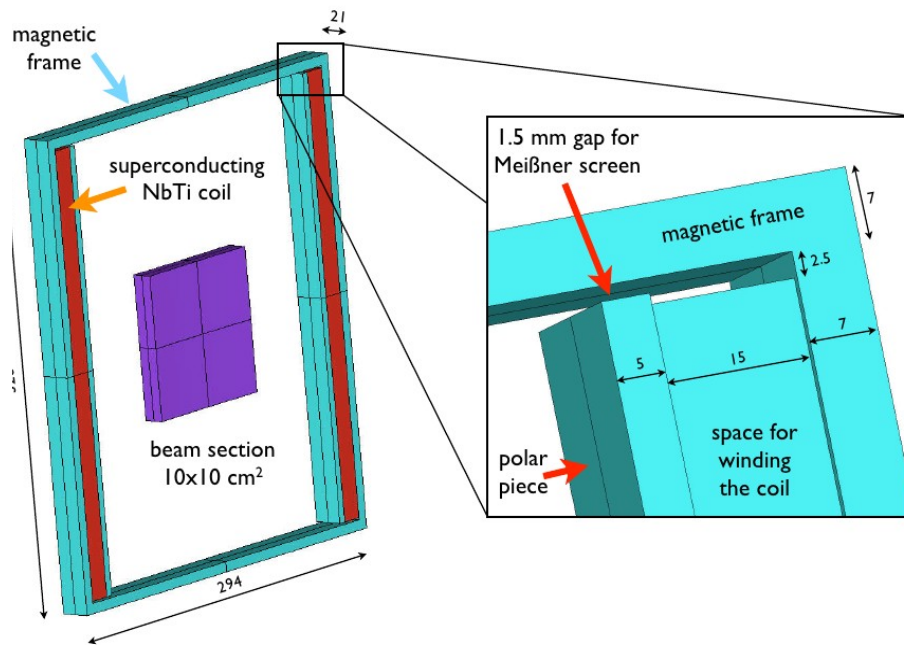
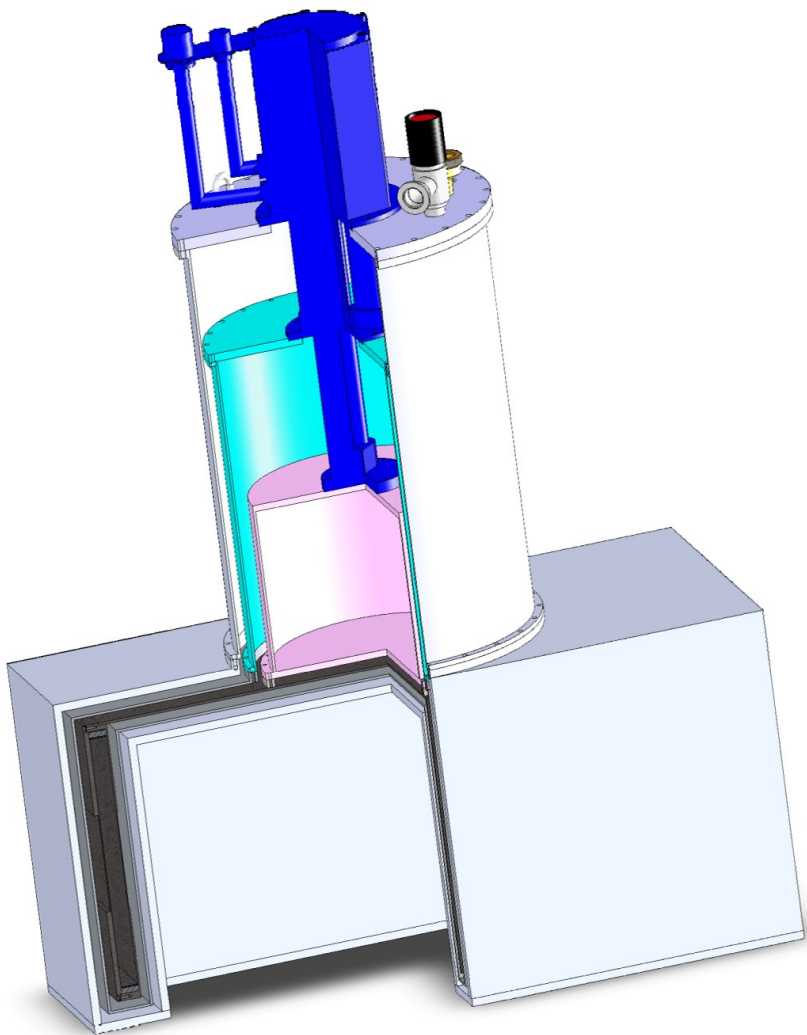
## Основные технические характеристики системы:

- Внутренний диаметр свободного пространства для размещения экспериментального оборудования – **600 мм**.
- Размер входного и выходного окна для пучка нейтронов составляет **100x100 мм<sup>2</sup>**. Входное и выходное окна экрана для проводки пучка нейтронов плоскопараллельны друг другу с точностью не хуже **10<sup>-3</sup> рад**.
- Точность и однородность поворота поляризации по всей апертуре пучка не хуже **10<sup>-3</sup> рад**.

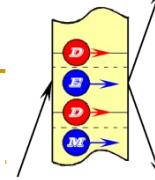


Общая концепция CRYOPAD-EDM

Катушка вращающего магнитного поля



Однородность поля в рабочей области  $\sim 10^{-4}$

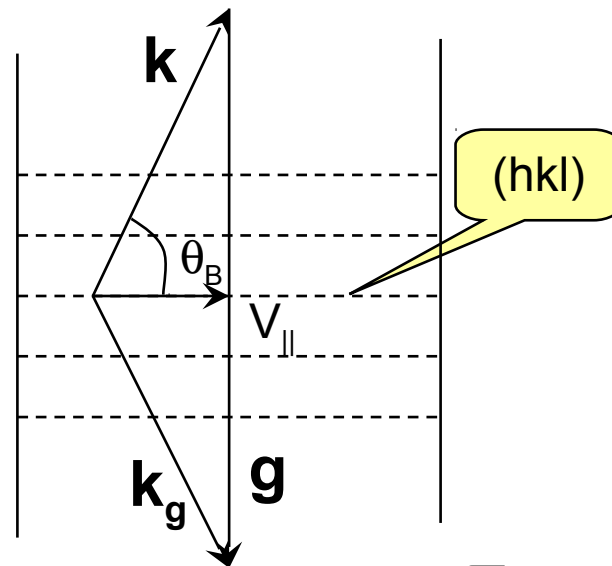


# Дифракция по Лауэ при $\theta_B \sim 90^\circ$

Time of neutron flight is determined by

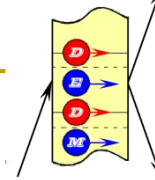


$$\tau = L/v_{\parallel}$$

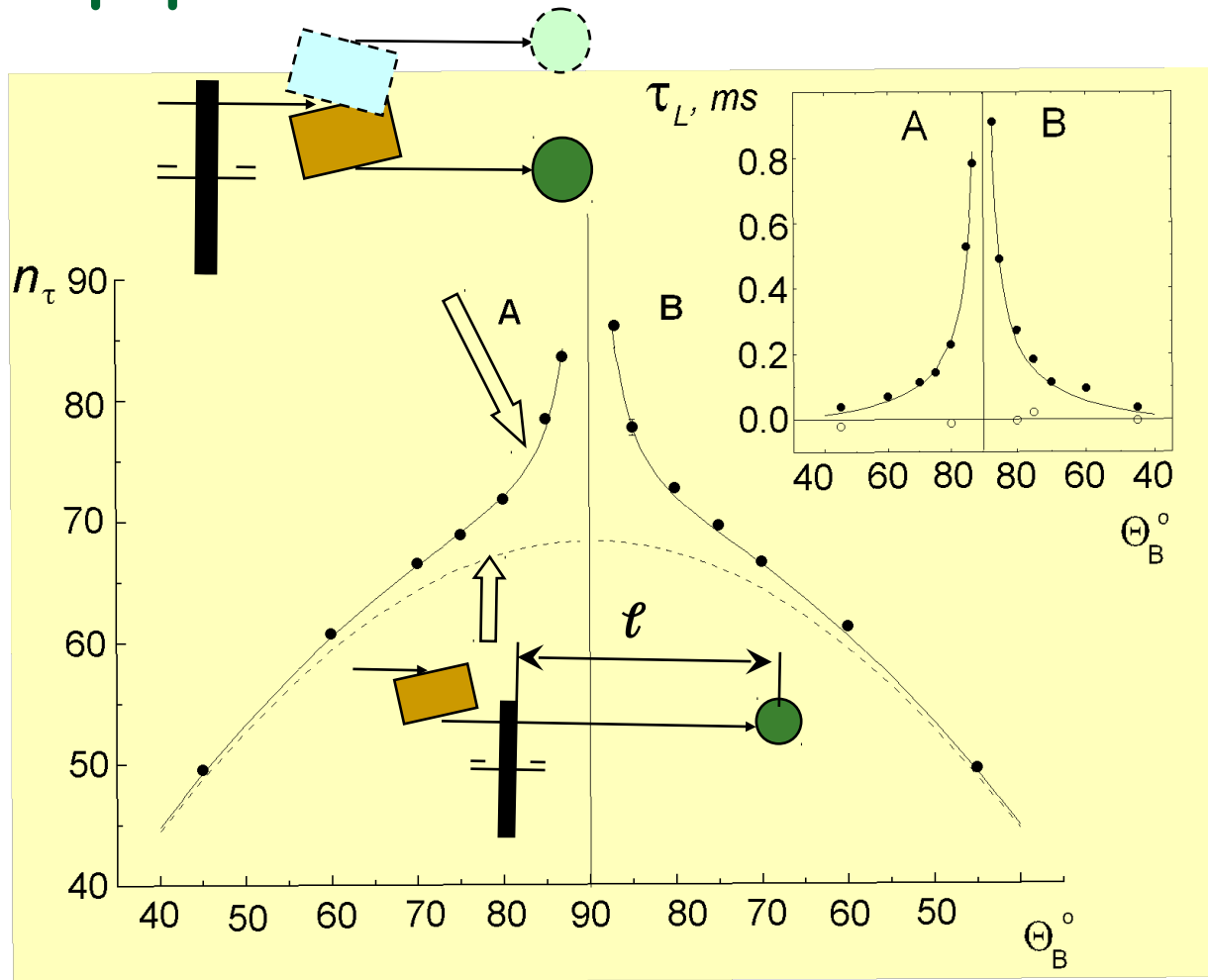


$$|v_{\parallel}| = \frac{hk \cos \theta_B}{m} = v \cos \theta_B \approx v \left( \frac{\pi}{2} - \theta_B \right) \text{ for } \theta_B \sim \frac{\pi}{2}$$

For instance  $\theta_B = 87^\circ \rightarrow v_{\parallel} = v(\pi/2 - \theta_B) \approx v/20$



# Эффект «замедления» нейтрона



(110) plane of quartz

$\tau_L \sim 1$  ms  
 (L=3.5cm)  
 for  $\theta_B = 87^\circ$

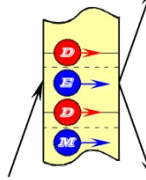
$v_{\parallel} \approx 40$  m/s

While  
 $v \approx 800$  m/s

$\tau \sim 20 \cdot \tau_0$

В.В. Воронин, Е.Г. Лапин, С.Ю. Семенихин, В.В. Федоров, Письма в ЖЭТФ, (2000) 71 (2) 110-115





# Последствия эффекта «замедления»

Поглощение определяется эффективной толщиной кристалла

$$L_{eff} = L / \cos(\theta_B) \quad \longrightarrow \quad \text{поглощение} \sim \tau = \frac{L}{v \cos \theta_B}$$

Фаза маятниковой картины и сдвиг фазы за счет ЭДМ нейтрона

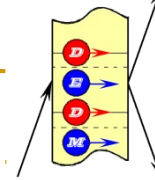
растет как  $\frac{1}{\cos \theta_B}$ , действительно  $\Delta \varphi^D = \frac{4DE_g L}{\hbar v_{\parallel}}$

$$\phi_0 = (\omega_1 - \omega_2) \cdot \tau = \frac{E_1 - E_2}{\hbar} \tau = \frac{2V_g^N}{\hbar} \frac{L}{v \cos \theta_B}$$

$v \cos \theta_B$

Эффект от внешней силы действующей на нейтрон (например падение в гравитационном поле)

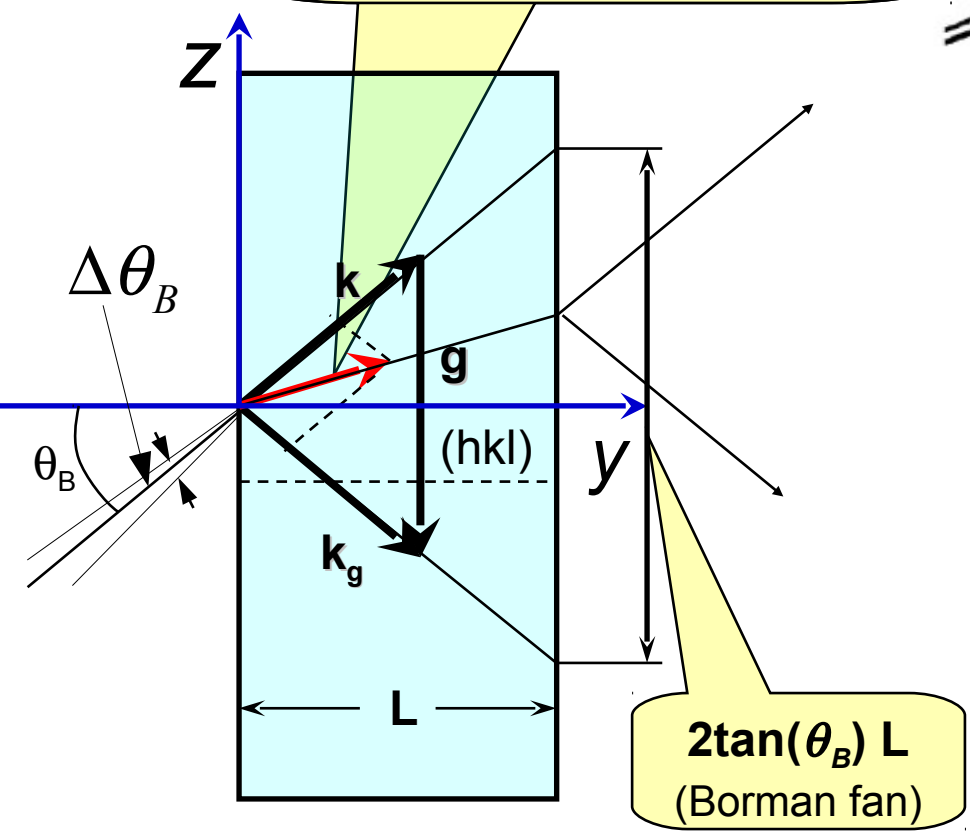
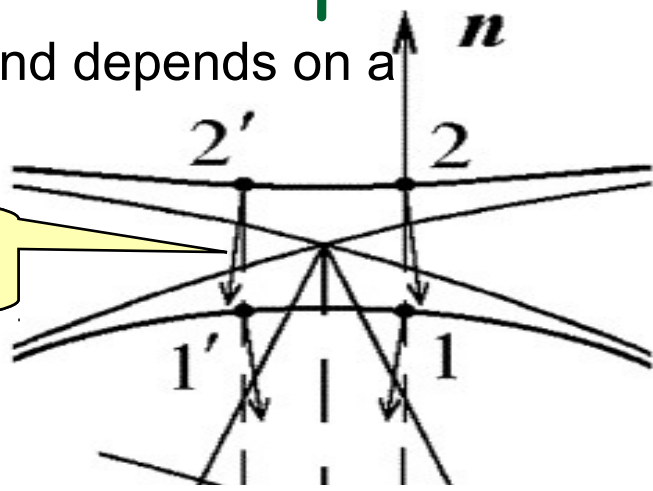
$$\frac{g \tau^2}{2} \sim \frac{1}{\cos^2 \theta_B}$$



# Траектория нейтрона в кристалле

$\mathbf{j}$  is normal to the dispersion surface and depends on a deviation from exact Bragg condition

$$\mathbf{j} = \hbar/m(|a_g|^2 \mathbf{k}_g + |a_0|^2 \mathbf{k})$$

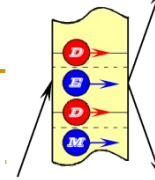


$$\Delta\theta_B \sim (1-5)'' \approx 0.001^\circ$$

$$\theta_B \sim 45^\circ$$

Gain factor

$$\frac{2\theta_B}{\Delta\theta_B} \sim \frac{E}{V_g} \sim 10^5$$

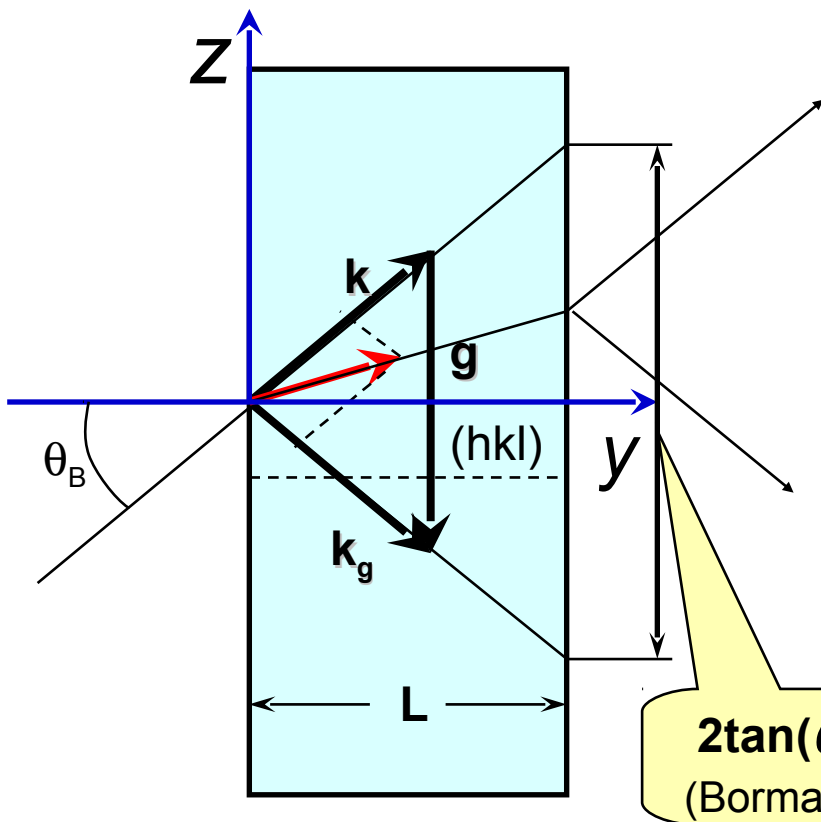


# Нейтрон в деформированном кристалле

Deviation parameter from Bragg condition

$$\alpha(y, z) = \frac{2(\Delta \mathbf{k}_0 \times \mathbf{g}(y, z))}{k_0^2},$$

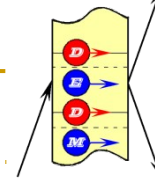
$$\Delta \mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_0 - \mathbf{g}(y, z) / 2$$



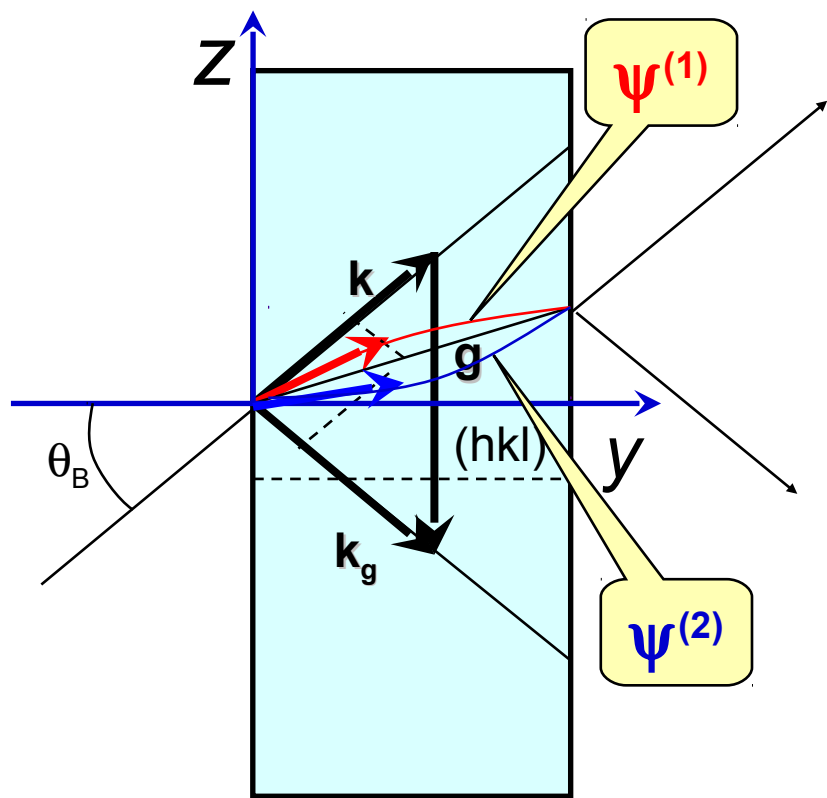
Amplitudes  $a_g$  and  $a_0$  depend on a deviation from Bragg condition  $a_g(\alpha)$  and  $a_0(\alpha)$

If  $\alpha(y, z) \longrightarrow a_g(y, z)$  and  $a_0(y, z)$

**direction of neutron current depends on spatial coordinates.  $\mathbf{j}(y, z)$**



# "Сила Като"



"Kato force", determined by the crystal deformation

$$f_k(y, z) = -\frac{k_0}{4 \cos \theta_B} \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial y} \right) \alpha(y, z),$$

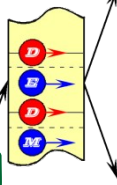
$$\alpha = \frac{2(\Delta \mathbf{k} \times \mathbf{g})}{k_0^2}, \quad \Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_0 - \mathbf{g} / 2$$

For small deformation the neutron trajectories is determined by

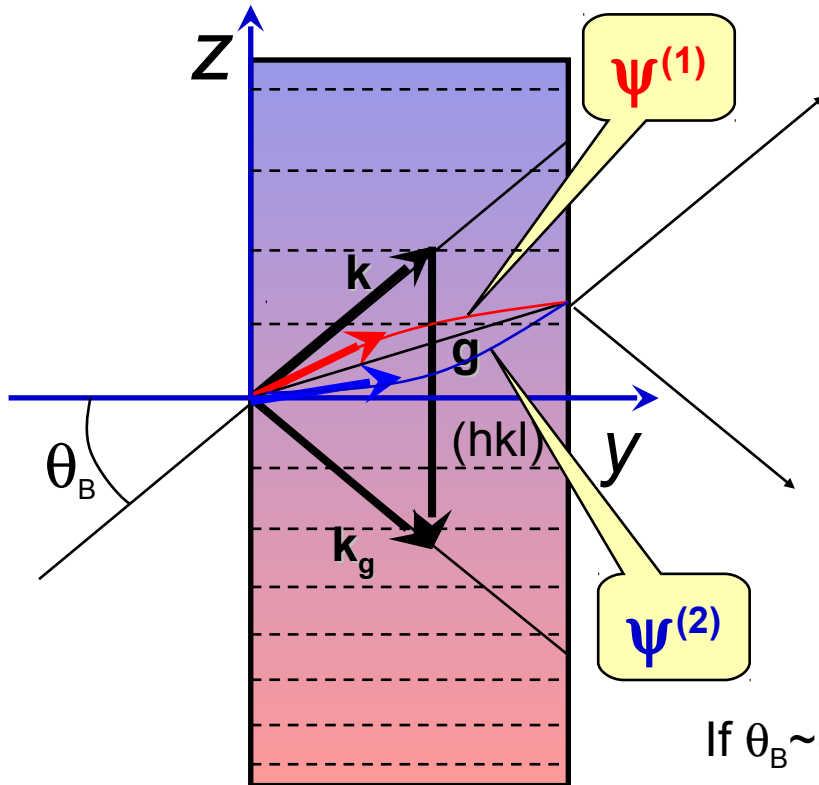
$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \pm \frac{\tan(\theta_B)}{m_0} f_k(y, z)$$

$\psi^{(1)}$  or  $\psi^{(2)}$ 
 $\frac{2F_g d}{V}$

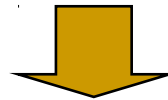
N.Kato , J. Phys. Soc. Japan (1963) 19, 971



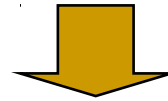
# “Сила Като” для линейной деформации



If  $d = d_0(1 + \xi \cdot z)$



$$f_k = \tan(\theta_B) \frac{\pi \xi}{d}$$

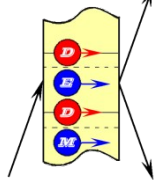


$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \pm \frac{\tan^2(\theta_B)}{m_0} \frac{\pi \xi}{d}$$

If  $\theta_B \sim (84-88)^\circ \Rightarrow \tan^2(\theta_B) \sim 100 - 1000$

$\tan^2(45^\circ) = 1$

# Внешняя сила ↔ деформация



$$\Delta \mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_0 - \mathbf{g} / 2$$

Deformation change the reciprocal lattice vector  $\mathbf{g}$

$$\Delta \mathbf{k}_0(y, z) = \mathbf{k}_0 - \mathbf{g}(y, z) / 2$$

External force change neutron energy

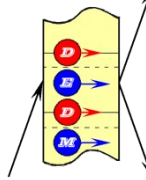
$$\Delta \mathbf{k}_0(y, z) = \mathbf{k}_0(y, z) - \mathbf{g} / 2$$

External force  $\mathbf{F}_n \parallel \mathbf{g}$  equivalent to gradient of interplanar distance

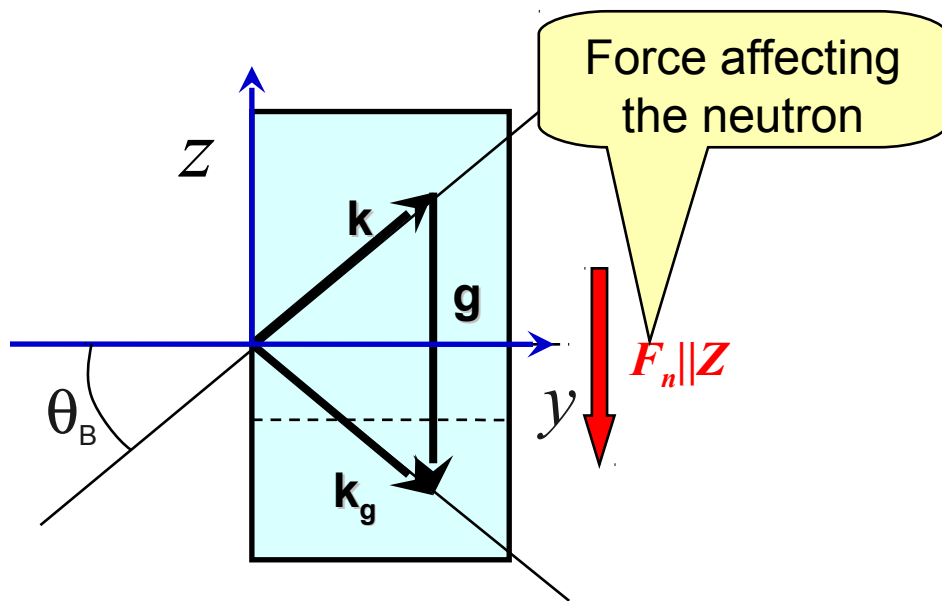
$$d = d_0 (1 + \xi_F \times z)$$

$$\xi_F = \frac{F_n}{2E_n}$$

$$f_k = \tan(\theta_B) \frac{\pi}{d} \frac{F_n}{2E_n}$$



# Дифракция нейтрона при наличии внешней силы



Neutron trajectory equation (Laue diffraction case):

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \pm \frac{\tan^2(\theta_B)}{m_0} \frac{\pi}{d} \frac{F_n}{2E_n}$$

Equation for free neutron:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{F_n}{2E_n}$$

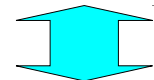
Gain factor for the diffracting neutron →

$$K_d = \pm \frac{\tan^2(\theta_B)}{m_0} \frac{\pi}{d}$$

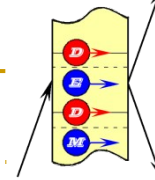
For silicon (220) planes

$$K_d = \tan^2(\theta_B) \times 2 \times 10^5 \xrightarrow{\theta_B (84^\circ \div 87^\circ)} (10^7 \div 10^8)$$

10 cm crystal



1 km free flight



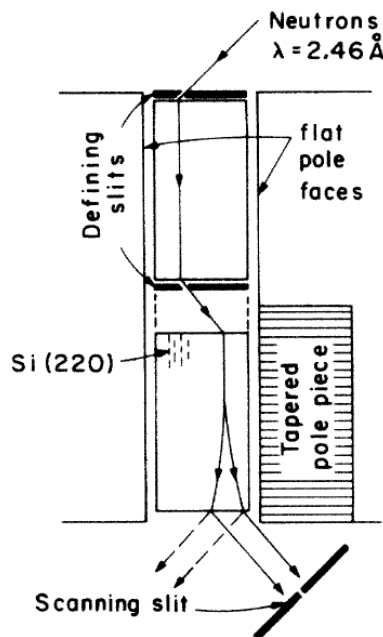
### Effective Mass of Neutrons Diffracting in Crystals

Anton Zeilinger,<sup>(a)</sup> C. G. Shull, Michael A. Horne,<sup>(b)</sup> and Kenneth D. Finkelstein

Department of Physics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts 02139

(Received 25 November 1985)

Neutrons propagating in a crystal under diffraction conditions exhibit an effective inertial mass which is lower by 5–6 orders of magnitude than their vacuum rest mass and of both positive and negative sign. This is verified experimentally by measurement of the enormously enhanced deflection of neutrons subjected to a magnetic force while passing through a silicon crystal.



$$m / m^* = \pm \frac{E_g}{2V_g} \sim \frac{\theta_B}{\Delta\theta_B}$$

$$m / m^* = \pm 2.1 \times 10^5$$

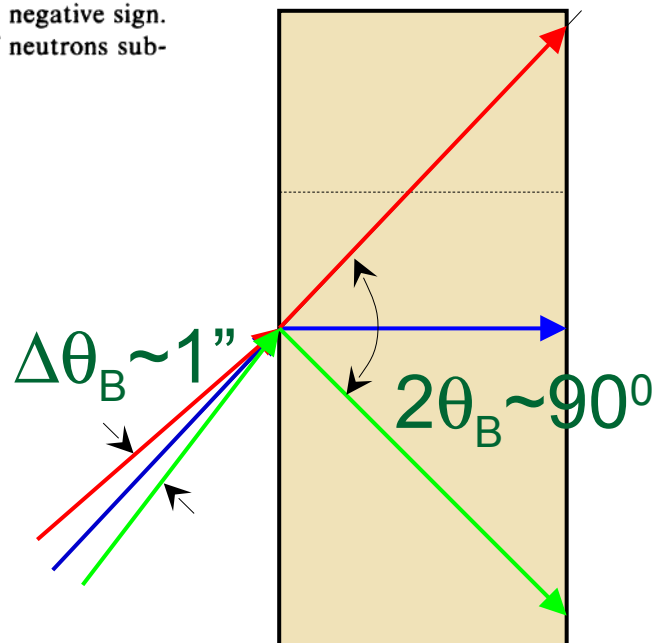
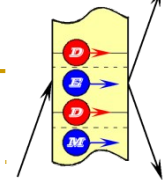


FIG. 1. The experimental arrangement used in the study of the reduced inertial mass of neutrons in crystals.

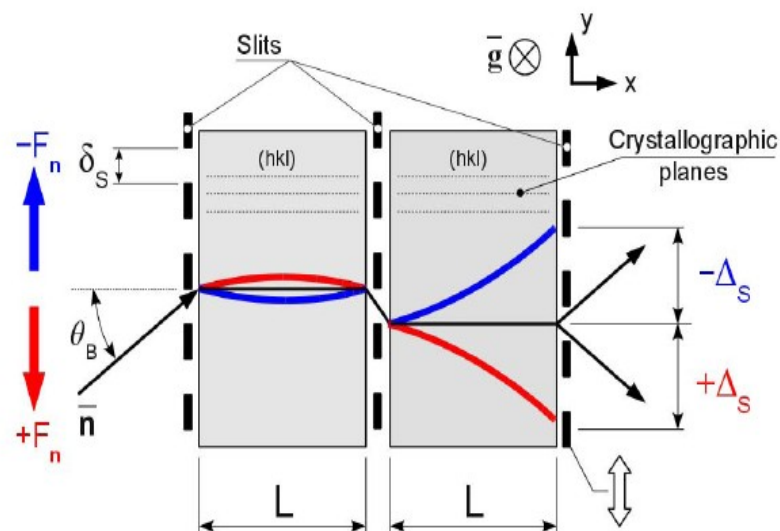
??What about  $\tau$ ??

$$z_0 = \frac{1}{2} F/m \tau^2$$





# Двухкристальная установка



External force shifts the spot of the neutron beam at the exit surface:

$$\Delta_F^1(1,2) = \pm \frac{\pi \tan^2(\theta_B) L^2}{m_0 d E_n} F_n \equiv \pm \Delta_F^1$$

The resolution for this setup is:

$$W_F = \frac{m_0 E_n d}{\pi \tan^2(\theta_B) L^2} \delta_S,$$

$\delta_S$  – slit size

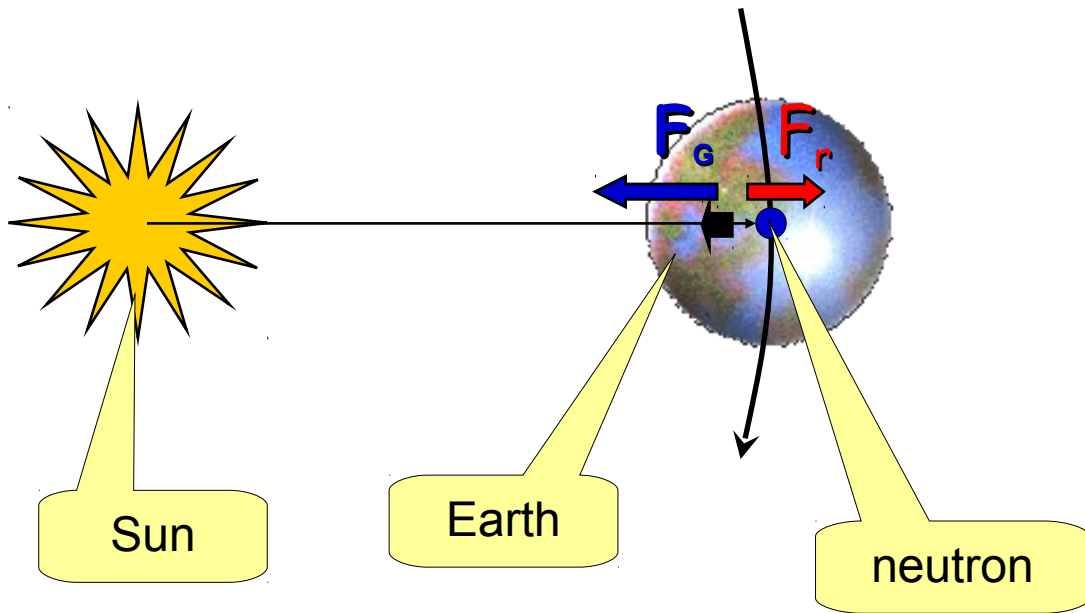
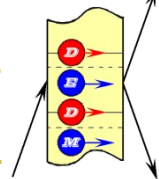
For (220) plane of Silicon:

$$L = 10 \text{ cm}, \delta_S = 1 \text{ mm}, \theta_B = 80^\circ \quad \longrightarrow \quad W_F \approx 10^{-12} \text{ eV/cm} = 10^{-3} m_n g$$

The possible sensitivity of the setup for 100 days of statistic accumulation (with high flux neutron beam):

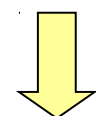
$$\sigma(F_{ext}) \approx 10^{-17} \text{ eV/cm}$$

# Идея эксперимента по измерению $m_i/m_G$

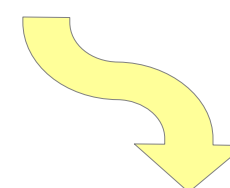


$F_G = F_r$  for the Earth

$$? \frac{m_n^i}{m_n^G} \neq \frac{m_\otimes^i}{m_\otimes^G} ?$$



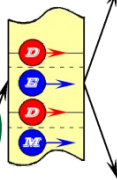
$F_G \neq F_r$  for the neutron



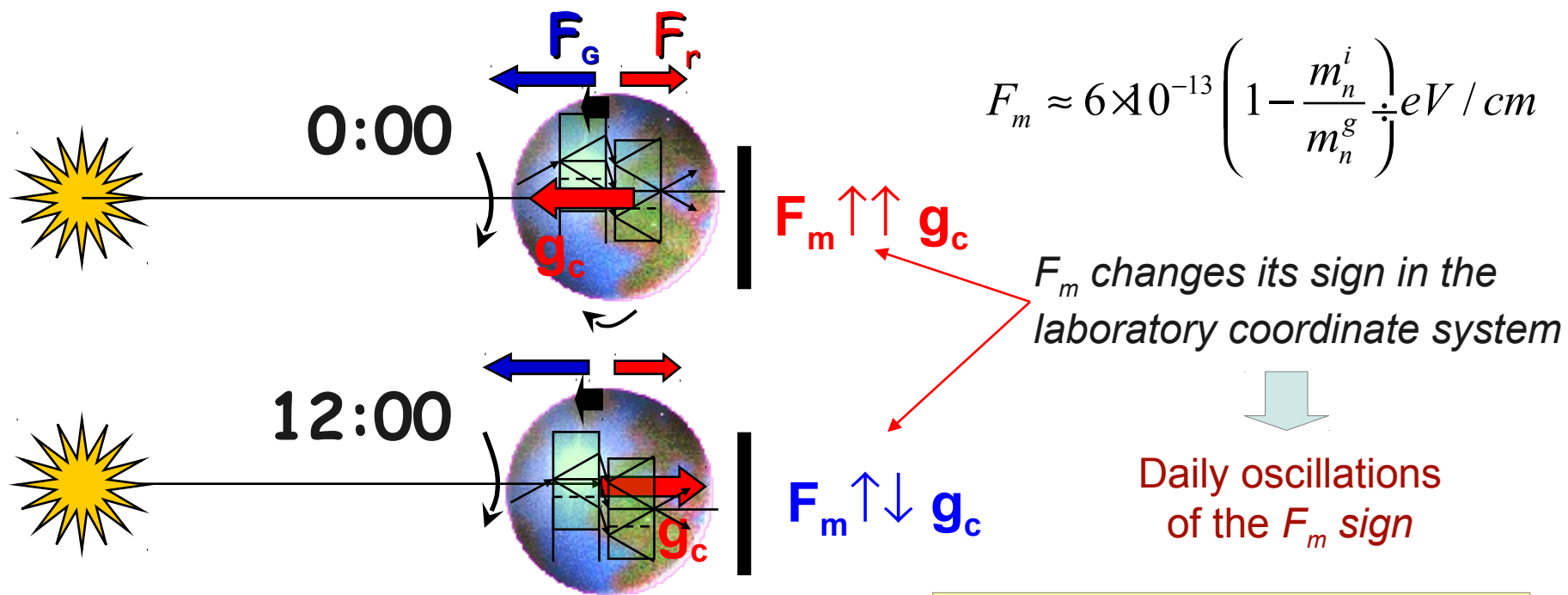
Non zero force:

$$F_m \equiv F_G - F_i = G \times \frac{m_\otimes m_n^g}{R^2} \left( 1 - \frac{m_n^i / m_n^g}{m_\otimes^i / m_\otimes^g} \right) \Big|_{m_\otimes^i / m_\otimes^g \equiv 1}$$

$$\approx 6 \times 10^{-13} \left( 1 - \frac{m_n^i}{m_n^g} \right) eV / cm$$

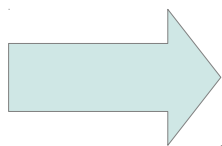


# Идея эксперимента по измерению $m_i/m_G$ (2)



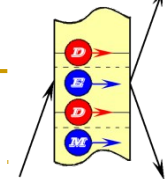
The possible sensitivity of the setup:

$$\sigma(F_{ext}) \approx 10^{-17} \text{ eV / cm}$$



$$\sigma \left( \frac{m_i - m_G}{m_G} \right) \approx 2 \cdot 10^{-5}$$

Current accuracy  $2 \cdot 10^{-4}$  (Schmiedmayer, 1989)



# Выводы

Динамическая дифракция  
нейтронов в совершенных  
кристаллах



Мощный инструмент  
познания окружающей  
действительности